



# AVANÇAR

PARA UMA MATEMÁTICA  
ENGAJADORA

9º ano

MÓDULO 4



reúna

# FICHA TÉCNICA

## IDEALIZAÇÃO

Instituto Reúna

### Diretora-executiva

Katia Stocco Smole

### Conselho Consultivo

Camila Pereira Cardoso

Marisa de Santana da Costa

Priscila Fonseca da Cruz

Wilson Martins Poit

### Conselho Fiscal

Alex Rodrigues

Camila Anker

Emilio Carlos Morais Martos

Renata Borges La Guardia

### Gerente Pedagógica

Filomena Siqueira

### Coordenação da Iniciativa

Graziela Santos

Mariana Marcondes

## EQUIPE DE PRODUÇÃO

### Concepção do material

Cynthia Sanches

Maria Ignez Diniz (Mathema)

### Consultoria de Matemática

Maria Ignez Diniz (Mathema)

### Consultora Pedagógica

Cynthia Sanches

### Autores de Matemática

Fernando Barnabé

Maria Ignez Diniz (Mathema)

Renata Gerhardt

### Autores Estudos Orientados

Caio Dib

Cynthia Sanches

Maria Ignez Diniz (Mathema)

### Rubricas de Autoavaliação Docente

Carolina Tavares

Cynthia Sanches

### Avaliações processuais

Dahanne Salles (Trieduc)

Leíse Vieira (Trieduc)

Maria Eduarda Carvalho (Trieduc)

### Leitora crítica

Maria Ignez Diniz (Mathema)

## EQUIPE DE PÓS-PRODUÇÃO

### Revisão de texto

Beatriz Simões

### Edição de Texto

Carolina Rodrigues Miranda

### Projeto gráfico

Alessandro Meiguins (Shake Design)

Giovana Castro (Shake Design)

Thalita Rodrigues (Shake Design)

### Diagramação

Felipe Uehara

### Ilustrações

Veridiana Camelo

# INSTITUTO REÚNA

**E**ducação é um direito de todas as crianças, adolescentes e jovens do Brasil. Mas não qualquer educação. O Instituto Reúna - organização sem fins lucrativos fundada por Katia Smole, educadora e ex-secretária de Educação Básica do MEC - acredita em uma educação transformadora, que prepara para a vida, para a cidadania e para a formação social e humana.

Em todas as suas ações, o objetivo do Reúna é garantir uma educação mais significativa, de qualidade e com equidade. Para isso, produz conhecimento, ferramentas técnicas e conteúdos práticos alinhados à Base Nacional Comum Curricular. São materiais que ajudam a estruturar e alinhar as diferentes frentes de ensino - dos currículos aos materiais didáticos, passando pelas avaliações e pelas práticas pedagógicas, para uma coerência pedagógica sistêmica. As iniciativas reúnem o que há de melhor nas experiências e referências educacionais brasileiras e internacionais, para secretarias de educação, escolas, gestores e professores, promovendo oportunidades e caminhos para a educação pública brasileira avançar.



reúna

# INTRODUÇÃO

**Caro(a) professor(a),**

Bem-vindo(a) à proposta **Avançar - Para uma Matemática engajadora.**

Este material tem como objetivo apoiar o aprendizado em Matemática dos estudantes de 9º ano, considerando um contexto em que muitas das habilidades essenciais para os Anos Finais do Ensino Fundamental não foram consolidadas, seja por conta das trajetórias educacionais prejudicadas pela pandemia ou pela aprendizagem insuficiente acumulada de anos anteriores.

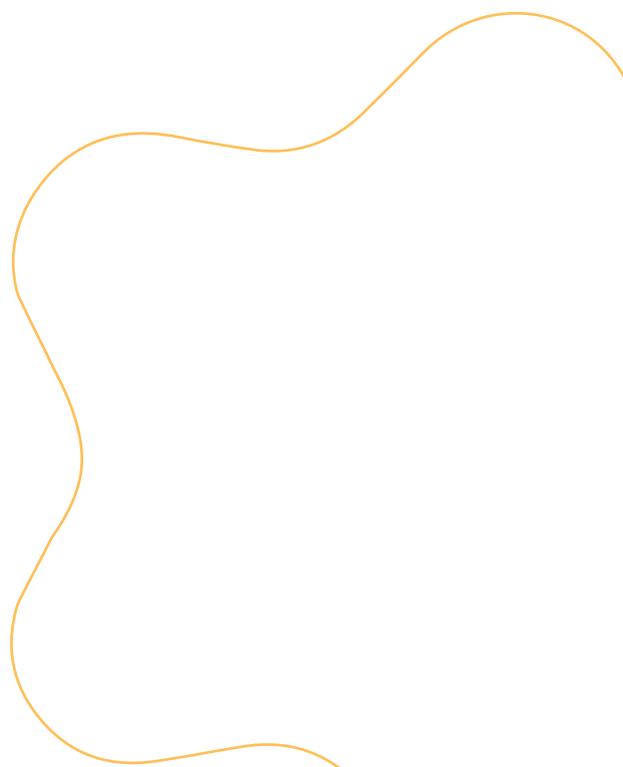
A proposta visa articular o ensino da Matemática a aspectos fundamentais para a aprendizagem, tais como o engajamento e a motivação para aprender, o desenvolvimento de competências socioemocionais estruturantes e a prática de estratégias e hábitos de estudos. Muitas vezes, os estudantes possuem uma percepção negativa da Matemática, e a mudança dessa mentalidade é essencial para que todos possam aprender.

Com base em uma estrutura denominada de Escopo e Sequência (priorização das habilidades e definição das expectativas de aprendizagens organizadas de forma sequenciada), a proposta estabelece um encadeamento temporal de aulas - considerando uma carga horária de 4 aulas semanais-, com o objetivo de desenvolver as habilidades necessárias para que estudantes do 9º ano tenham êxito na transição entre o Ensino Fundamental e o Ensino Médio. O material conta com uma seleção criteriosa de Planos de Aula da [Nova Escola](#) e, para enriquecer ainda mais a experiência de aprendizagem e incentivar o protagonismo dos alunos, inclui recursos para Estudos Orientados, que permitem um maior tempo de exposição do estudante aos conteúdos, fortalecendo o processo de aprendizagem individual e o desenvolvimento da autonomia intelectual de cada adolescente.

Como resultado, espera-se que os estudantes avancem significativamente em seu aprendizado, estabeleçam rotinas de estudos eficazes e passem a perceber e valorizar a Matemática como uma ferramenta indispensável em suas vidas.

# Sumário

.....



# Como navegar no documento

## Menu superior

Ao clicar, você será direcionado para o texto de apresentação da proposta.

Aqui, você será brevemente apresentado aos materiais que compõem a proposta.



Neste item, você verá quais habilidades foram priorizadas de forma sequenciada nos módulos.

Ao clicar, você será direcionado para o resumo do Módulo.

No menu inferior, você consegue navegar pelas semanas, com destaque para a parte do material em que você está.

## Escopo e Sequência para avançar na aprendizagem

Para que os estudantes do 9º ano avancem no aprendizado em Matemática, é fundamental priorizar as habilidades que serão foco do ano letivo e trabalhar de modo estruturado, sistemático e intencional.

Nesta proposta, foram feitas escolhas que consideram o tempo de 4 aulas semanais e, especialmente, a necessidade de formar os adolescentes naquilo que lhes permite a continuidade dos estudos de forma plena, com conhecimento e confiança em seus saberes.

A partir disso, foi feita a escolha das chamadas habilidades focais, considerando o segmento escolar e as competências e a progressão de aprendizagem previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A seleção fez recortes que viabilizam a aprendizagem específica da Matemática e apoiam a formação integral em uma carga horária regular. **Os principais critérios desta seleção foram:**

- **retomada de conceitos e procedimentos essenciais** para a mobilização de habilidades mais complexas, como a de resolução de situações-problema. Nesse sentido, volta-se aos conjuntos numéricos e às operações, com o cuidado de não repetir estratégias e de inserir esse conhecimento em atividades desafiadoras e não usuais, incluindo nesse processo as habilidades de cálculo mental e de estimativa.
- **habilidades centrais** de cada unidade temática da Matemática para a continuidade dos estudos e enfrentamento de processos seletivos e avaliações externas.

As habilidades escolhidas têm compromisso com o letramento matemático e com as competências da área determinadas pela BNCC, com o cuidado de não privilegiar um nível de habilidade apenas, mas garantindo que os estudantes possam vivenciar desde a aplicação e a experimentação, até a análise e a

reflexão sobre seu próprio modo de pensar e de aprender. Essa forma de estruturar as habilidades exige, algumas vezes, que uma mesma habilidade se repita ao longo das aulas, ou por ser mais complexa e envolver vários objetos de conhecimento, ou porque possui potencial para desenvolver mais do que os objetos de conhecimento propostos pela BNCC.

Um exemplo do primeiro tipo de habilidade que se repete é *EFO6MA03 – Resolver problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos*, uma vez que ela contempla procedimentos básicos, tanto no campo dos números naturais como para os números fracionários, inteiros e racionais. Apesar de parte da habilidade ser de natureza técnica, ela é essencial para que os estudantes adquiram confiança em sua forma de pensar e ampliem seu repertório de formas de calcular e de resolver problemas diversos, habilidades essenciais para o desenvolvimento de seu letramento matemático.

## **Como trabalhar com essa proposta em turmas multisseriadas?**

No início, as habilidades propostas se destinam a todos os estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental, independentemente da série que estejam cursando. Com o passar das semanas, são propostas habilidades mais específicas para o 7º ou o 8º ano. Nesse caso, cabe a você, professor(a), com base em seus conhecimentos sobre os estudantes, decidir se todos podem seguir com as atividades da sequência, ou se será necessário dividir a turma em dois ou três grupos, com atividades diferenciadas (que podem ser escolhidas nos Planos de Aula da Nova Escola). Isso vale para os Estudos Orientados semanais, com exceção do problema presente em um dos desafios propostos a cada semana, que pode ser realizado por todos os estudantes, porque a habilidade em foco é a da leitura e resolução de situações-problema sem conteúdo específico de Matemática. Já os jovens de 8º e de 9º ano podem e devem seguir a sequência proposta aqui, sem diferenciação.

## **Quais são os resultados esperados em termos de aprendizagem e desenvolvimento integral dos estudantes ao final do ano letivo?**

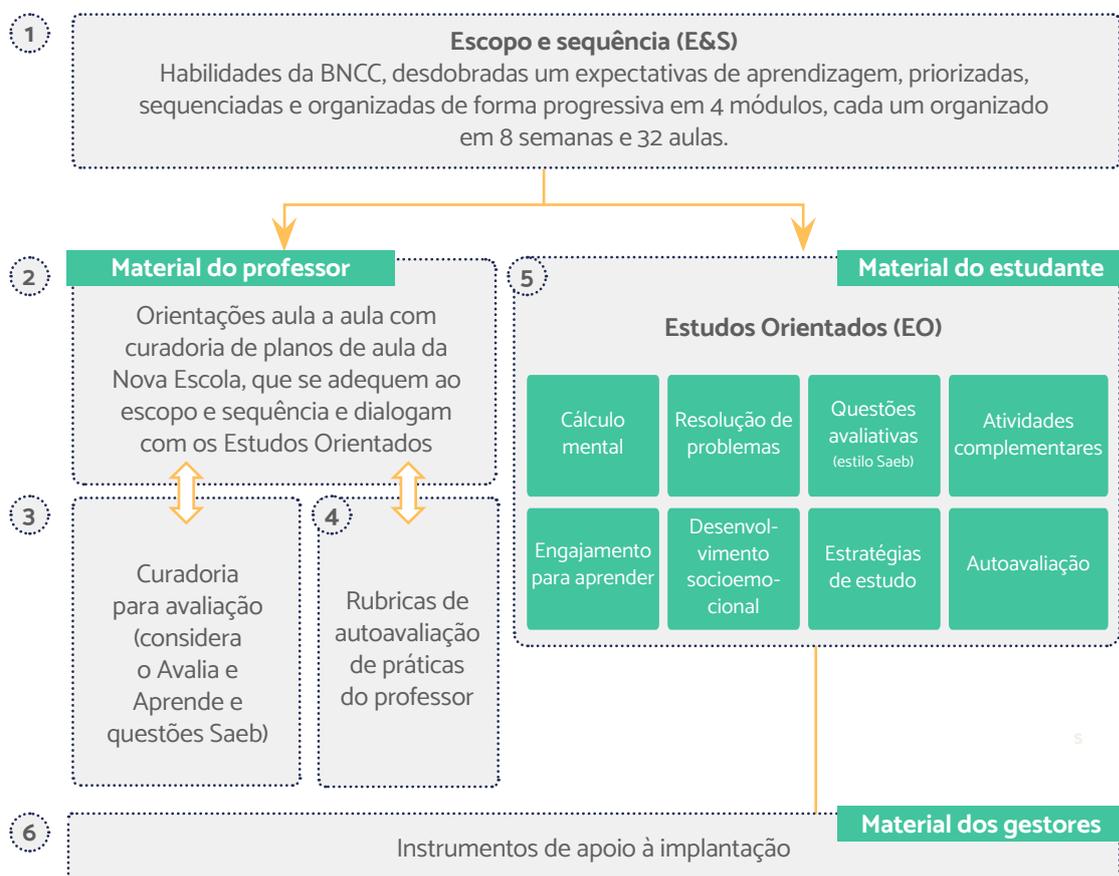
O foco do projeto é apoiar os estudantes a trilhar o percurso esperado para eles no último ano do Ensino Fundamental. Para isso, é primordial recuperar, ou até mesmo construir, a autoconfiança e uma relação positiva dos estudantes com o conhecimento. Nesse sentido, os primeiros resultados devem ser a percepção de cada um de que é capaz de aprender e de enfrentar com êxito situações que envolvem o pensar matemático e os conceitos desta área. Os resultados de mobilização e aquisição das habilidades propostas serão conquistados aos poucos, com o engajamento dos adolescentes nas atividades e o planejamento e execução de aulas com intencionalidade e metodologias que os apoiem a superar sensações de fracasso e os desafios vivenciados durante o Ensino Fundamental.

A meta traçada de desenvolvimento integral dos estudantes poderá ser constatada e acompanhada à medida que eles se percebam fortalecidos em conhecimentos e tenham autoconfiança e determinação para a continuidade de seus estudos no Ensino Médio. Também é esperado que sejam identificadas mudanças significativas de resultados em avaliações externas, como Saeb, e outros sistemas estaduais ou municipais.

# Conheça como a proposta é organizada

A proposta visa potencializar a implementação na sala de aula da estratégia de recomposição das aprendizagens. Para isso, o material foi organizado de forma que:

- Indique o que ensinar e em qual ordem, por meio **(1) escopo e sequência e (2) orientações do que fazer aula a aula** que caiba em uma carga horária de tempo parcial;
- estimule o acompanhamento da aprendizagem, por meio de **(3) curadoria de avaliações processuais**;
- reforce a autonomia e protagonismo do estudante no processo de aprendizagem e desenvolvimento de competências socioemocionais não só na sala de aula, mas também fora dela, por meio dos **(4) Estudos Orientados**;
- indicação de como os professores podem se desenvolver de maneira autônoma, por meio de **(5) rubricas de autoavaliação do professor**;
- **(6) instrumentos de apoio à implementação para gestores** da rede e da escola.



Esta proposta abrange **4 Módulos**, distribuídos em um período de **32 semanas**, contemplando o trabalho para **4 aulas semanais**, com 50 minutos cada. A primeira semana é dedicada ao engajamento dos estudantes, enquanto as demais possuem a seguinte lógica:

### Semanas dedicadas ao **Ciclo Estudos Orientados e Planos de Aula**



### Semana que inclui **Momentos para a Avaliação Formal**



Essa proposta de jornada de aprendizagem mobiliza os estudantes, de modo gradual, para a recomposição de suas aprendizagens, fortalecendo suas competências cognitivas e socioemocionais de modo articulado. Por exemplo, aspectos socioemocionais, como autoconfiança e persistência, são trabalhados de modo intencional e explícito durante o ano, especialmente no recurso semanal denominado Estudos Orientados. Por isso, é fundamental que você analise e experimente realizar as atividades propostas de acordo com a lógica proposta aula a aula.

## O que são os Estudos Orientados

Para potencializar a aprendizagem em Matemática e ampliar o tempo de exposição dos estudantes aos seus conceitos e práticas, ao final de cada semana é disponibilizado um material para Estudos Orientados, composto por desafios de autogestão e exercícios complementares sobre o que foi estudado em sala de aula. Com isso, a proposta busca oferecer aos estudantes uma formação matemática mais abrangente e sólida, que considere aspectos socioemocionais, o desenvolvimento da autonomia intelectual e o protagonismo durante o processo.

Neste projeto, esse recurso funciona como uma chave de acesso à Matemática, tanto para aqueles estudantes que se afastaram dessa disciplina e perderam a vontade de aprender como para fortalecer aqueles que gostam da Matemática e podem apoiar o aprendizado de colegas. Os Estudos Orientados funcionam como uma “ponte” que confere sentido entre aquilo que é trabalhado em sala de aula e o tempo de estudos autônomos e de preparação do estudante para a semana seguinte.

Com o objetivo de monitorar o progresso e envolvimento dos estudantes, no início de cada semana, uma aula é reservada para a discussão em grupo das atividades realizadas. Além disso, recomendamos o acompanhamento da realização dos Estudos Orientados por meio de um **Painel de Acompanhamento** compartilhado. Essa é uma forma de todos os estudantes se envolverem e observarem o desenvolvimento da turma. Sugerimos a criação de um cartaz com o seguinte modelo, a ser afixado na parede da sala de aula:

| Turma |       | Módulo 1 - Estudos Orientados |       |       |  |
|-------|-------|-------------------------------|-------|-------|--|
| Nome  | EO 01 | EO 02                         | EO 03 | EO 04 |  |
| João  | R     | N                             | R     | N     |  |
| Maria | N     | R                             | R     | R     |  |
|       |       |                               |       |       |  |
|       |       |                               |       |       |  |

**R** - realizou    **N** - Não realizou

O objetivo desse painel de acompanhamento **não é** identificar quais estudantes chegaram ao resultado correto das atividades ou infligir algum tipo de ação punitiva ou classificatória para aqueles que não realizaram as atividades da semana; **é** uma ferramenta para mobilizar e engajar os estudantes, para se apropriarem do compromisso coletivo e fortalecer o compromisso individual na realização dos Estudos Orientados.

Para alcançar esse envolvimento e essa responsabilização dos estudantes pela realização das atividades dos Estudos Orientados, a aula inicial de cada semana é essencial. Nela, cada um pode apresentar - oralmente ou em um painel no quadro - como estruturou seu pensamento para resolver cada questão. O incentivo a falar e escrever como pensou é um exercício metacognitivo para a aprendizagem muito mais valioso do que simplesmente dizer o resultado e saber se acertou ou errou a resposta. A explicitação do processo de pensar e o conhecimento de outras estratégias ou registros de resoluções ou pensamentos valorizam o trabalho de cada estudante e ampliam o repertório e conhecimentos de todos.

## MÓDULO 4

Este é o último módulo deste percurso de recomposição da aprendizagem intensiva em Matemática, proposto para os estudantes do 9º ano. Por esse motivo, ele tem um conjunto de objetivos diferenciado dos módulos anteriores.

Vamos manter o desenvolvimento de habilidades que estão em processo, como a de ler e construir estratégias de resolução de problemas e a de cálculo mental, e avançar com objetos de conhecimentos mais característicos dessa série escolar. O foco será o estudo da variação de grandezas direta e inversamente proporcionais, das expressões formais de cálculo de área de quadriláteros e círculo, dos números irracionais, do Teorema de Pitágoras e da resolução de equações do segundo grau.

Nessa etapa final, mais familiarizado com essa proposta, é o momento de estar mais perto dos estudantes e auxiliá-los na conscientização das competências socioemocionais que conquistaram para a continuidade de seus estudos e para a vida. Nesse sentido, sua observação e seus registros sobre o caminhar de cada jovem são instrumentos valiosos para o planejamento e a mediação necessária a cada encontro com eles. Lembre-se de que suas palavras têm um papel importante na construção do autoconhecimento, da autoconfiança e na postura do estudante frente ao conhecimento. Exerça todo o potencial formativo nesse movimento contínuo de avaliação e apoio.

O módulo compreende ainda momentos para a vivência de um simulado Saeb, além da aplicação da própria prova. Como finalização, os estudantes planejam, sob a sua mediação, uma celebração para o final deste ciclo e o início da nova etapa da Educação Básica.

Chegou a hora de concluir esse projeto de reconstrução da aprendizagem e, especialmente, de formação integral de jovens que não podem ficar para trás. Eles têm o direito de caminhar com segurança em direção a seus projetos futuros. Vamos lá!

| Unidade temática           | Objeto de conhecimento                                 | Habilidade BNCC | SEMANA  |
|----------------------------|--|-----------------|---------|
| <b>Álgebra</b>             | Grandezas direta e inversamente proporcionais          | EF08MA13        | 25      |
|                            | Fatoração de polinômios do 2º grau                     | EF09MA09        | 31 e 32 |
| <b>Grandezas e Medidas</b> | Área de figuras geométricas                            | EF08MA19        | 26 e 27 |
| <b>Geometria</b>           | Ângulos formados por retas paralelas e uma transversal | EF07MA23        | 27      |
|                            | Teorema de Pitágoras                                   | EF09MA14        | 30      |
| <b>Números</b>             | Números irracionais                                    | EF09MA02        | 30      |

## FICHA DE ACOMPANHAMENTO DO ESCOPO E SEQUÊNCIA - MÓDULO 4

| AULA | REALIZADA EM | AULA | REALIZADA EM | AULA | REALIZADA EM |
|------|--------------|------|--------------|------|--------------|
| 97   |              | 108  |              | 119  |              |
| 98   |              | 109  |              | 120  |              |
| 99   |              | 110  |              | 121  |              |
| 100  |              | 111  |              | 122  |              |
| 101  |              | 112  |              | 123  |              |
| 102  |              | 113  |              | 124  |              |
| 103  |              | 114  |              | 125  |              |
| 104  |              | 115  |              | 126  |              |
| 105  |              | 116  |              | 127  |              |
| 106  |              | 117  |              | 128  |              |
| 107  |              | 118  |              |      |              |

**SEMANA 25 (aulas 97 a 100)**

|   |   |
|---|---|
| <b>Unidade temática</b>   | Álgebra   |
| <b>Objeto de conhecimento</b>   | Variação de grandezas: direta e inversamente proporcionais  |
| <b>Habilidade BNCC</b>  | EFO8MA13 - Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.  |
| <b>Expectativas de aprendizagem</b>   | <ul style="list-style-type: none"><li>• Identificar em situações-problema a relação de proporcionalidade entre duas grandezas.</li><li>• Modelar por meio de uma expressão algébrica ou graficamente uma situação-problema contextualizada que envolva a relação de proporcionalidade entre duas grandezas.</li><li>• Resolver problemas que envolvam a proporcionalidade entre duas grandezas (direta ou inversamente proporcionais) (Saeb 9 D29).</li></ul> |
| <b>O que acontece na semana:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Discussão coletiva sobre os <b>Estudos Orientados 24</b>.</li><li>• Realização do plano de aula: Proporcionalidade direta.</li><li>• Realização do plano de aula: Regra de três.</li><li>• Realização do plano de aula: Proporcionalidade inversa.</li><li>• Entrega do material <b>Estudos Orientados 25</b>.</li></ul> |   |

## Ficha de acompanhamento do escopo e sequência

Semana 25

| AULA | REALIZADA EM | OBSERVAÇÕES SOBRE A AULA REALIZADA |
|------|--------------|------------------------------------|
| 97   |              |                                    |
| 98   |              |                                    |
| 99   |              |                                    |
| 100  |              |                                    |

| Aula 97 Discussão dos Estudos Orientados 24 |  |
|---|--|
| Objetivo                                    | <ul style="list-style-type: none"><li>Vivenciar, em sala de aula, a aprendizagem colaborativa pela discussão coletiva das atividades de Estudos Orientados e motivar os estudantes para a realização dos Estudos Orientados em casa.</li></ul> |

- a) Inicie a aula com uma roda de conversa para ouvir o que os estudantes responderam no Desafio 1, “Hora de fazer um balanço”. Nele, eles foram orientados a avaliar quais competências socioemocionais estão sendo mais mobilizadas nessa jornada de aprendizado intensivo da Matemática, bem como se estão conseguindo equilibrar momentos de descanso com momentos de estudo.

### *Fique de olho!*



A importância desses momentos de conversa é o estabelecimento de diálogos que permitam a troca entre pares, o reconhecimento de cada estudante sobre o próprio processo de aprendizagem e o fortalecimento da mentalidade de que, para aprender Matemática, é necessário dedicação, persistência, bem como organização e esforço. Todos podem aprender mais quando se abrem para experimentar outros modos de estudo e cultivam a curiosidade.

- b) Peça-lhes que compartilhem, também, suas respostas para a atividade final, “Ponto de checagem”, que traz uma tabela que consolida a autoavaliação sobre o que aprenderam, o que querem aprender e quem pode apoiá-los nessa trajetória. É interessante que você consiga conferir as respostas de todos os estudantes para essa tabela, pois isso ajudará no seu mapeamento sobre o desenvolvimento da turma e as necessidades específicas de aprendizagem de cada jovem.
- c) O Desafio 2, “Qual é o gráfico?”, tem como objetivo a leitura de gráficos. Espera-se alguma dificuldade em relação à escolha do gráfico para o problema 1, uma vez que, aparentemente, todos os gráficos nas alternativas podem representar os dados do texto do problema. É importante considerar todo o contexto da situação apresentada, ou seja, trata-se de acompanhar ao longo de um período as temperaturas de uma cidade e, sempre que queremos visualizar o comportamento de uma variável ao longo do tempo, o ideal é o gráfico de linhas, no qual é perceptível o crescimento ou decréscimo da variável em análise.

Apesar de ser possível o gráfico de barras do item (B), a alternativa mais adequada é (D).

### *Fique de olho!*



Se possível, traga outros exemplos de gráficos de linha associados a variável tempo e promova a leitura de artigos simples que sintetizam os tipos de gráficos e suas propriedades, como os exemplos a seguir:

“Gráficos”, site Brasil Escola, disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/graficos.htm>.

- d) O Desafio 3, “Média e mediana”, traz o cálculo mental em conjunto com a retomada dos conceitos de média e mediana de um conjunto de dados numéricos. Observe se nos itens **c** e **d** do exercício 2, os estudantes calculam corretamente a média dos termos centrais, no caso: item **c** - mediana é a média entre 7 e 8, portanto igual a 7,5; e, no item **d**, a mediana é a média entre 9 e 10, logo igual a 9,5.

- e) No Desafio 4, “Retas e sistemas”, encontra-se uma questão frequente em avaliações externas e que corresponde a avaliar a capacidade do estudante de representar uma mesma situação matemática em diferentes linguagens, no caso, geométrica e algébrica. Observe as estratégias usadas pelos estudantes para resolver essa questão. Eles podem descartar alternativas testando o ponto (2, 1) que pertence às duas retas e, por isso, deve ser a solução do sistema, até restar a alternativa (B). Outra forma de solução é traçar as retas de cada sistema e verificar se coincidem ou não com as do texto inicial. Seja qual for a estratégia usada, é importante que todos possam apresentar como pensaram e analisar juntos as vantagens e desvantagens de uma ou outra forma de resolver o problema.
- f) O Desafio 5, “Raios e circunferências”, retoma o cálculo do comprimento de uma circunferência. Observe se os estudantes fazem esboços/desenhos para pensar sobre cada situação, essa é uma habilidade importante na resolução de problemas geométricos e pode ser incentivada por você durante a discussão coletiva deste problema. Amplie a aprendizagem proposta, questionando como calcular o comprimento de partes da circunferência, como quartos, oitavos, terças partes etc. Discuta também a diferença entre respostas exatas como  $4\pi$  cm e respostas aproximadas como 12,56 cm, que considera 3,14 para o valor de pi.

| Aula 98  | Plano de aula: Proporcionalidade direta   |
|----------|---|
| Objetivo | <ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar a variação de grandezas diretamente proporcionais e resolver situações-problema que envolvam proporcionalidade direta, usando diferentes estratégias.</li> </ul> |

O plano de aula “Proporcionalidade direta” apresenta discussões referentes a grandezas diretamente proporcionais. É possível ampliar as discussões em relação a esse plano de aula dependendo da disponibilidade de tempo e das dificuldades identificadas durante essa aula, assim como ele pode ser abreviado caso os estudantes já tenham demonstrado conhecimento básico sobre proporcionalidade direta.

Organizado conforme o quadro a seguir, o plano completo está disponível no *link*:

**Proporcionalidade direta**

| Atividades                 | Objetivo principal   | Ação principal  | Tempo sugerido |
|----------------------------|--|---|----------------|
| Aquecimento                | Recordar a ideia de divisão desigual em partes proporcionais.                                  | Lembrar a ideia de divisão desigual em partes proporcionais.                                      | 10 min.        |
| Atividade principal        | Explorar situações-problema que envolvam a ideia de proporcionalidade direta.                  | Explorar as relações entre diferentes grandezas para introduzir proporcionalidade direta.         | 15 min.        |
| Discussões das soluções    | Verificar e analisar as soluções e as estratégias utilizadas pelos alunos.                     | Discutir as soluções encontradas destacando as relações diretas e proporcionais.                  | 10 min.        |
| Sistematização do conceito | Compreender que algumas grandezas se relacionam de forma direta e proporcional.                | Apresentar a ideia de proporcionalidade direta.   | 3 min.         |
| Encerramento               | Sistematizar o uso da divisão desigual proporcional como estratégia para solucionar problemas. | Encerrar a aula enfatizando o conceito trabalhado.  | 2 min.         |
| Raio X                     | Utilizar os conhecimentos adquiridos sobre proporcionalidade direta para resolver problemas.   | Avaliar se os alunos conseguiram compreender quando duas grandezas são diretamente proporcionais. | 8 min.         |

Fonte: Nova Escola (adaptado).



### *Fique de olho!*

As relações de proporcionalidade estão presentes na vida cotidiana dos estudantes e merecem atenção. Uma boa maneira de dar significado a esse campo de estudo é relacioná-lo com outras áreas do conhecimento. Nesse sentido, as primeiras relações com conceitos do campo da Física e da Química presentes na área de Ciências da Natureza podem ser bem produtivas. Aproveite!

## Aula 99 Plano de aula: Regra de três

Objetivo • Resolver situações-problema utilizando a propriedade de proporcionalidade.

O plano de aula “Regra de três” trata de um dos procedimentos mais utilizados pelos estudantes no Ensino Médio, em diferentes áreas do conhecimento, e que precisa ser garantido até o final do Ensino Fundamental.

Organizado conforme o quadro a seguir, o plano completo está disponível no *link*:

### Regra de três

| Atividades             | Objetivo principal  | Ação principal   | Tempo sugerido |
|------------------------|---|--|----------------|
| Retomada               | Retomar o conceito de constante de proporcionalidade.                   | Recordar o conceito de proporcionalidade e constante de proporcionalidade.                               | 8 min.         |
| Atividade principal    | Resolver problemas de proporcionalidade utilizando regra de três.       | Resolver o problema proposto utilizando conhecimentos de proporcionalidade.                              | 15 min.        |
| Discussão das soluções | Comparar as estratégias de resolução e refletir sobre a mais eficiente. | Compartilhar as estratégias individuais que foram utilizadas na resolução da atividade, dúvidas e erros. | 12 min.        |
| Encerramento           | Retomar o aprendizado.  | Sintetizar as habilidades aprendidas.  | 3 min.         |
| Raio X                 | Verificar o que os alunos aprenderam na aula.                           | Responder a atividade e discutir soluções ao final para verificar aprendizagem.                          | 10 min.        |

Fonte: Nova Escola (adaptado).

### Fique de olho!



A relação de proporcionalidade entre duas grandezas, conforme proposta deste plano de aula, pode ser explorada por meio de tabelas e gráficos. Nesse sentido, você, professor(a), pode fazer uso de planilhas eletrônicas ou de *softwares* livres para representação gráfica das informações, como o [Geogebra](https://www.geogebra.org/) (<https://www.geogebra.org/>), permitindo uma visualização da ideia de constante de proporcionalidade nos gráficos.

## Aula 100 Plano de aula: Proporcionalidade inversa

- Objetivo
- Compreender a ideia de proporcionalidade inversa entre duas grandezas proporcionais.
  - Engajar os estudantes para a realização dos **Estudos Orientados 25** em casa.

O plano de aula “Proporcionalidade inversa” explora a relação entre grandezas inversamente proporcionais, completando as ideias a serem exploradas sobre as relações entre grandezas (direta e inversamente proporcionais) e o uso da regra de três.

Organizado conforme o quadro a seguir, o plano completo está disponível no *link*:

### Proporcionalidade inversa

| Atividades                 | Objetivo principal  | Ação principal   | Tempo sugerido |
|----------------------------|---|--|----------------|
| Aquecimento                | Recordar a ideia de proporcionalidade direta.   | Lembrar a ideia de proporcionalidade direta.   | 8 min.         |
| Atividade principal        | Explorar situações-problema que envolvam a ideia de proporcionalidade inversa.                | Explorar as relações entre diferentes grandezas para introduzir proporcionalidade inversa.         | 15 min.        |
| Discussões das soluções    | Verificar e analisar as soluções e as estratégias utilizadas pelos alunos.                    | Discutir as soluções encontradas destacando as relações inversas e proporcionais.                  | 10 min.        |
| Sistematização do conceito | Compreender que algumas grandezas se relacionam de forma inversa e proporcional.              | Apresentar a ideia de proporcionalidade inversa.   | 3 min.         |
| Encerramento               | Sistematizar o uso da proporção inversa.  | Encerrar a aula enfatizando o conceito trabalhado.   | 2 min.         |
| Raio X                     | Utilizar os conhecimentos adquiridos sobre proporcionalidade inversa para resolver problemas. | Avaliar se os alunos conseguiram compreender quando duas grandezas são inversamente proporcionais. | 10 min.        |

Fonte: Nova Escola (adaptado).

### *Fique de olho!*



Assim como feito com as grandezas diretamente proporcionais, trabalhar com planilhas eletrônicas ou com o Geogebra (<https://www.geogebra.org/>) pode ser um passo interessante para que os estudantes verifiquem graficamente a diferença entre as relações direta e inversamente proporcionais. Destaca-se aqui o fato de que problemas relativos à proporcionalidade podem ser encontrados em diversas provas de concursos públicos, permitindo também uma ampliação do trabalho no uso de bancos de questões desse tipo.

Para finalizar, entregue para cada estudante uma cópia do caderno de **Estudos Orientados 25** (disponível no link: [https://biblioteca.institutoreuna.org.br/estudos\\_orientados\\_modulo4.pdf](https://biblioteca.institutoreuna.org.br/estudos_orientados_modulo4.pdf)) e convide-os a realizar as atividades em casa, orientando-os que, na aula seguinte, ocorrerá uma discussão em sala de aula.

### **O que os estudantes realizarão nos Estudos Orientados 25:**

- Fique de olho! O que falta para você alcançar suas metas?
- Desafio 1: Problemas incompletos (Resolução de problemas)
- Desafio 2: Que calculeira! (Cálculo mental)
- Desafio 3: A fábrica de refrigerantes
- Fique de olho! O Saeb vem aí!
- Desafio 4: Resolvendo mais problemas!
- Fechamento

### SEMANA 26 (aulas 101 a 104)

|   |  |
|---|--|
| <b>Unidade temática</b>   | Grandezas e medidas  |
| <b>Objeto de conhecimento</b>   | Área de figuras geométricas  |
| <b>Habilidade BNCC</b>  | EFO8MA19 - Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.  |
| <b>Expectativas de aprendizagem</b>   | <ul style="list-style-type: none"><li>• Calcular a área de círculos.</li><li>• Decompor polígonos em triângulos e/ou quadriláteros.</li><li>• Resolver problemas que envolvam o cálculo de área de figuras que podem ser decompostas em polígonos e/ou partes de círculos em contextos reais (Saeb 9 D13).</li></ul> |
| <b>O que acontece na semana:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Discussão coletiva sobre os <b>Estudos Orientados 25</b>.</li><li>• Realização do plano de aula: Recortando e colando retalhos: cálculo de áreas por decomposição.</li><li>• Realização do plano de aula: Resolução de problemas: área de paralelogramos, losangos e trapézios.</li><li>• Realização do plano de aula: Cálculo da área do círculo.</li><li>• Entrega do material <b>Estudos Orientados 26</b>.</li></ul> |  |

## Ficha de acompanhamento do escopo e sequência

### Semana 26

| AULA | REALIZADA EM | OBSERVAÇÕES SOBRE A AULA REALIZADA |
|------|--------------|------------------------------------|
| 101  |              |                                    |
| 102  |              |                                    |
| 103  |              |                                    |
| 104  |              |                                    |

## Aula 101 Discussão dos Estudos Orientados 25

Objetivo • Vivenciar, em sala de aula, a aprendizagem colaborativa pela discussão coletiva das atividades de Estudos Orientados e motivar os estudantes para a realização dos Estudos Orientados em casa.

- a. Inicie a aula perguntando aos estudantes como estão se avaliando em relação às duas metas de aprendizagem da Matemática que estabeleceram. A atividade inicial, “Fique de olho: O que falta para você alcançar suas metas?” apresenta três perguntas que podem auxiliar você durante essa mediação.

### *Fique de olho!*



Aproveite esse momento de diálogo para introduzir a reflexão sobre a prova Saeb, que será realizada em breve. Procure identificar o que estão sentindo em relação ao Saeb e, principalmente, tire dúvidas sobre essa avaliação. Esclareça que, nas próximas semanas, serão realizadas atividades que vão apoiar a todos na preparação para a prova.

- b) O Desafio 1 “Problemas incompletos”, visa, mais uma vez, o desenvolvimento da leitura eficiente de textos de problemas. Ao compor o texto com as palavras e números de modo adequado, o estudante evidencia essa sua habilidade. Em sala, proponha que justifiquem porque encaixaram as palavras e números de determinada forma e proponha a resolução apresentando apenas o gabarito dos problemas, intervindo apenas no caso de dúvidas generalizadas entre os estudantes.
- c) No Desafio 2, “Que calculeira!”, optamos por uma compilação de cálculos mais frequentes em problemas, para que os estudantes retomem as regras de sinais das operações com números inteiros, as relações entre as principais unidades de medida e o cálculo de porcentagens. Observe e registre que tipo de erro é ainda frequente: erros de cálculo envolvendo as regras de sinais; erros de cálculo com as tabuadas; o posicionamento da

vírgula ao multiplicar ou dividir por 1 000. Destaque esses possíveis erros e analise com a turma como é possível ficar mais atento a esses enganos, uma vez que eles podem causar prejuízo na resolução de problemas em diferentes situações, como provas e processos seletivos diversos.

- d) Os Desafios 3 e 4 trazem um compilado de problemas relacionados a grandezas direta e inversamente proporcionais. Observe e registre se os estudantes diferenciam os dois tipos de proporcionalidade. Utilize esses problemas para avaliar a necessidade de retomada ou não desse conteúdo, e considere expor sua avaliação aos jovens para que eles possam se comprometer mais com a aprendizagem.

|                 |   |
|-----------------|---|
| <b>Aula 102</b> | <b>Plano de aula: Recortando e colando retalhos: cálculo de áreas por decomposição</b>                    |
| Objetivo        | • Analisar a importância das decomposições de figuras planas no cálculo de medidas de superfície ou área. |

O plano de aula “Recortando e colando retalhos: cálculo de áreas por decomposição” discute o cálculo de área de diferentes quadriláteros, analisando como calcular áreas de diferentes figuras pela composição de triângulos e retângulos.

Organizado conforme o quadro a seguir, o plano completo está disponível no *link*:

**Recortando e colando retalhos: cálculo de áreas por decomposição**

| Atividades                 | Objetivo principal   | Ação principal  | Tempo sugerido |
|----------------------------|--|---|----------------|
| Aquecimento                | Retomar as noções de cálculos de área do quadrado e do retângulo e a nomenclatura de polígonos.              | Fazer três questionamentos com perguntas rápidas para verificação de conhecimentos prévios antes da atividade principal.  | 5 min.         |
| Atividade principal        | Análise do papel das decomposições no cálculo de medidas de superfície.                                      | Propor aos alunos uma atividade que promova uma reflexão acerca da obtenção de expressões para o cálculo de triângulos e quadriláteros a partir da decomposição das mesmas. | 18 min.        |
| Painel de soluções         | Oportunizar que os alunos mostrem suas soluções e discutam a respeito.                                       | O(A) professor(a) deverá escolher alguns alunos para apresentar suas soluções e promover o debate de suas estratégias.  | 10 min.        |
| Sistematização do conceito | Anotar um quadro resumo com as expressões obtidas durante a atividade.                                       | Sintetizar as discussões do painel de soluções.   | 3 min.         |
| Encerramento               | Retomar o conceito abordado nessa aula.  | Ler a frase resumo.   | 2 min.         |
| Raio X                     | Verificar o aprendizado do cálculo da área de triângulos e quadriláteros por meio de diferentes estratégias. | Aplicar um problema para resolução individualizada.   | 10 min.        |

Fonte: Nova Escola (adaptado).

### Fique de olho!



O trabalho com manipulações entre partes de uma figura geométrica para demonstrar o cálculo de área dela pode ser feito usando *softwares* de geometria dinâmica, como o [Geogebra](https://www.geogebra.org/) (<https://www.geogebra.org/>), permitindo aos estudantes a visualização e movimentação das partes para uma reconfiguração. Aproveite o recurso e, caso não seja possível, use a criatividade para trabalhar com folhas de papel coloridas e recortes. Nesse sentido, até mesmo o Tangram (clássico quebra-cabeças chinês) pode ser uma boa opção para apoiar as discussões.

**Aula 103 Plano de aula: Resolução de problemas: área de paralelogramos, losangos e trapézios**

**Objetivo** • Resolver problemas utilizando expressões de cálculo de áreas de paralelogramos, losangos e trapézios.

O plano de aula “Resolução de problemas: área de paralelogramos, losangos e trapézios” propõe a aplicação do cálculo de áreas na resolução de problemas envolvendo superfícies no formato de quadriláteros.

Organizado conforme o quadro a seguir, o plano completo está disponível no [link](#):

**Resolução de problemas: área de paralelogramos, losangos e trapézios**

| Atividades             | Objetivo principal   | Ação principal   | Tempo sugerido |
|------------------------|--|--|----------------|
| Retomada               | Retomar com os alunos as expressões que permitem calcular a área de paralelogramos, trapézios e losangos.                    | Utilizar algumas imagens destes quadriláteros notáveis para fazer uma roda de conversa sobre como podemos calcular suas áreas e estabelecer quais as medidas necessárias para tal e suas representações nas fórmulas destacadas. | 5 min.         |
| Atividade principal    | Utilizar as expressões para o cálculo da área de paralelogramos, trapézios e losangos na resolução de uma situação-problema. | Em um problema que envolve composição e decomposição das áreas dos quadriláteros, os alunos deverão aplicar as expressões do início da aula e o cálculo de porcentagem para resolvê-lo em grupos.                                | 20 min.        |
| Discussão das soluções | Apresentar e discutir as estratégias de solução propostas pelos alunos.  | Analisar os erros e dificuldades nas soluções apresentadas pelos alunos e valorizar as diferentes estratégias utilizadas. Destacar diferentes decomposições das figuras e métodos para calcular a porcentagem.                   | 10 min.        |
| Encerramento           | Destacar os conhecimentos mais importantes que foram ampliados com as atividades desta aula.                                 | Concluir a aula destacando que os quadriláteros notáveis aparecem com frequência em problemas de cálculo de área e saber compor e decompor as figuras é muito importante.  | 5 min.         |
| Raio X                 | Verificar as aprendizagens obtidas na aula.  | Responder a um problema aplicando os conhecimentos desenvolvidos nesta aula.   | 8 min.         |

Fonte: Nova Escola (adaptado).



### *Fique de olho!*

A resolução de problemas envolvendo o cálculo de área de polígonos, mais especificamente os quadriláteros apontados neste plano de aula, proporciona ao estudante escolher diferentes estratégias, incluindo a possibilidade de trabalhar com decomposições da figura em vez de utilizar as fórmulas específicas de cálculo de área para cada quadrilátero. Nesse sentido, é importante incentivar discussões sobre as estratégias utilizadas pelos estudantes usando painéis de solução na resolução de problemas, que possibilitem momentos de troca de ideias e de alternativas de resolução e, conseqüentemente, desenvolvam a capacidade de escolha de estratégias para a solução de outras situações que aparecerão futuramente.

#### **Aula 104 Plano de aula: Cálculo da área do círculo**

- |           |  |
|-----------|--|
| Objetivos | <ul style="list-style-type: none"><li>• Calcular a área de um círculo utilizando uma expressão obtida a partir da aproximação por áreas de polígonos conhecidos.</li><li>• Engajar os estudantes para a realização dos <b>Estudos Orientados 26</b> em casa.</li></ul> |
|-----------|--|

O plano de aula “Cálculo da área do círculo” discute como se chega ao cálculo da área dessa figura de modo experimental, que pode ser reproduzido pelos estudantes por recorte de círculos de papel, de modo a que se apropriem com significado da fórmula.

Organizado conforme o quadro a seguir, o plano completo está disponível no *link*:

**Cálculo da área do círculo**

| Atividades                 | Objetivo principal  | Ação principal   | Tempo sugerido |
|----------------------------|---|--|----------------|
| Aquecimento                | Retomar o conceito de área como medida de uma superfície e como calcular a área de quadrados, retângulos e paralelogramos.    | Utilizar algumas imagens para retomar o conceito de área como medida de superfície e as relações que permitem calcular a área de alguns quadriláteros.             | 5 min.         |
| Atividade principal        | Obter uma expressão que permita calcular uma aproximação para a área de um círculo, a partir da área de polígonos conhecidos. | Fazer estimativa de áreas de círculos e confrontar os dados com uma expressão obtida para a área do círculo a partir da aproximação pela área de um paralelogramo. | 15 min.        |
| Discussão das soluções     | Discutir sobre a expressão para o cálculo de área de um círculo e as estimativas realizadas.                                  | Socializar as diferentes soluções dos alunos, retomar conceitos importantes e valorizar diferentes interpretações.   | 15 min.        |
| Sistematização do conceito | Sistematizar os conhecimentos mais importantes desenvolvidos.   | Exemplificar como calcular a área de um círculo utilizando a expressão obtida.   | 3 min.         |
| Encerramento               | Destacar os conhecimentos mais importantes desenvolvidos.   | Concluir a relação que permite calcular a área de um círculo.  | 2 min.         |
| Raio X                     | Verificar as aprendizagens obtidas na aula.   | Responder a um problema aplicando os conhecimentos desenvolvidos nesta aula.   | 8 min.         |

Fonte: Nova Escola (adaptado).

### *Fique de olho!*



Para trabalhar com este plano de aula, é preciso estar atento em relação ao que a turma conhece a respeito do número “pi”, visto que é um conceito importante para o cálculo de área do círculo. Caso entenda ser interessante, você pode exibir a eles o vídeo sobre este número, já disponibilizado aqui anteriormente:

“[Para que serve o Pi e por que esse número causa tanto fascínio?](https://www.youtube.com/watch?v=vY6965UdcLI)”, da BBC, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=vY6965UdcLI>.

Outra ideia interessante de mostrar para a turma é a indução da fórmula da área usando o Geogebra como recurso, disponível em: <https://www.geogebra.org/m/OgnXfju2>.

Para finalizar, entregue para cada estudante uma cópia do caderno de **Estudos Orientados 26** (disponível no *link*: [https://biblioteca.institutoreuna.org.br/estudos\\_orientados\\_modulo4.pdf](https://biblioteca.institutoreuna.org.br/estudos_orientados_modulo4.pdf)) e convide-os a realizar as atividades em casa, pois, na aula seguinte, ocorrerá uma discussão em sala de aula.

### **O que os estudantes realizarão nos Estudos Orientados 26:**

- Desafio 1: Superando mitos e medos
- Desafio 2: Descarte de alternativas (Resolução de problemas)
- Desafio 3: Proporcionalidade direta (Cálculo mental)
- Desafio 4: A cafeteria
- Desafio 5: Calculando forminhas
- Reconhecendo minhas conquistas

**SEMANA 27 (aulas 105 a 108)**

|   |   |
|---|---|
| <b>Unidades temáticas</b>   | Grandezas e medidas<br>Geometria  |
| <b>Objetos de conhecimento</b>  | <ul style="list-style-type: none"><li>• Área do círculo e de setores circulares</li><li>• Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal</li></ul>   |
| <b>Habilidades BNCC</b>   | EFO8MA19 - Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.<br><br>EFO7MA23 - Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.  |
| <b>Expectativas de aprendizagem</b>   | <ul style="list-style-type: none"><li>• Calcular a área de círculos.</li><li>• Identificar ângulos formados entre retas paralelas e uma transversal.</li><li>• Utilizar a simetria de translação para concluir que ângulos correspondentes são congruentes.</li><li>• Utilizar as propriedades de ângulos opostos pelo vértice e suplementares para estabelecer relações entre ângulos alternos e colaterais.</li></ul> |
| <b>O que acontece na semana:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Discussão coletiva sobre os <b>Estudos Orientados 26</b>.</li><li>• Realização do plano de aula: Resolução de problemas envolvendo área do círculo.</li><li>• Realização do plano de aula: Posição entre retas e seus ângulos.</li><li>• Realização do plano de aula: Paralelas, transversal, ângulos internos, quadriláteros, triângulos.</li><li>• Entrega do material <b>Estudos Orientados 27</b>.</li></ul> |   |

## Ficha de acompanhamento do escopo e sequência

Semana 27

| AULA | REALIZADA EM | OBSERVAÇÕES SOBRE A AULA REALIZADA |
|------|--------------|------------------------------------|
| 105  |              |                                    |
| 106  |              |                                    |
| 107  |              |                                    |
| 108  |              |                                    |

| Aula 105 Discussão dos Estudos Orientados 26 |  |
|--|--|
| Objetivo                                     | <ul style="list-style-type: none"><li>• Vivenciar, em sala de aula, a aprendizagem colaborativa pela discussão coletiva das atividades de Estudos Orientados e motivar os estudantes para a realização dos Estudos Orientados em casa.</li></ul> |

- Inicie a aula com uma roda de conversa para abordar a autoavaliação presente no Desafio 1, “Superando mitos e medos”, que tem como objetivo identificar as principais mudanças no modo de pensar a Matemática de cada estudante. Aproveite esse momento para realizar devolutivas sobre o que tem observado com relação a essas mudanças de mentalidade.
- No Desafio 2, “Descarte de alternativas”, o objetivo é que os estudantes apliquem o que sabem de cálculo mental e dos conhecimentos matemáticos que estão desenvolvendo para eliminar alternativas, sem necessariamente resolver as questões por inteiro. Essa habilidade requer a leitura competente do texto e a mobilização de vários saberes que, juntos, compõem uma estratégia valiosa em situações de avaliação com tempo delimitado. Não se trata de mera preparação para provas, mas de repertoriar os estudantes com ferramentas cognitivas que exigem conhecimento matemático e, ao mesmo tempo, habilidades de fazer escolha, de tomar decisões e de autoconfiança em sua forma de pensar.

- c. O Desafio 3, “Proporcionalidade direta”, traz o raciocínio proporcional em situação em que é possível o cálculo direto. Na discussão em sala, enfatize que, em alguns casos, a resposta é imediata, mas que, em outros, é preciso calcular o valor unitário para depois responder à questão. Por exemplo, em: “Se 2 lápis custam 3 reais, quanto custam 6 lápis?”, basta multiplicar 3 reais por 3, uma vez que 6 lápis é o triplo de 2 lápis. No entanto, em: “Se 5 lápis custam 10 reais, quanto custam 6 lápis?”, é preciso obter o valor de 1 lápis para depois responder à pergunta, então 1 lápis custa 2 reais e 6 lápis custam 12 reais.
- d. O Desafio 4, “A cafeteria”, traz um teste semelhante aos utilizados em avaliações externas que têm como objetivo que o estudante leia de modo eficiente o texto verbal e a imagem e aplique o que aprendeu sobre cálculo de áreas, no caso, áreas de trapézios e de semicírculos. Há, ainda, um fato que pode paralisar os estudantes, que é o uso de dm (decímetros) - uma unidade pouco usual em situações-problema. No entanto, espera-se que ultrapassem esse obstáculo, pois a resolução não depende da familiaridade ou não com essa unidade de medida.
- e. O Desafio 5, “Calculando forminhas”, mais uma vez envolve a capacidade leitora do estudante e a necessidade de construção de uma estratégia. Observe se os jovens fazem desenhos para decidir ou até mesmo estimar quantas forminhas circulares cabem na área do retângulo. Na discussão coletiva, analise a decisão do valor de  $\pi$  utilizado para obter a resposta. A escolha de aproximar  $\pi$  pelo valor 3,14 gera como resposta 1 720 cm<sup>2</sup> para a área de papel a ser reciclada, enquanto a escolha de 3 para o valor de  $\pi$  altera a resposta para 2 000 cm<sup>2</sup>, mas, na prática, o fabricante de doces deve ter alguma folga para efetivar o recorte das forminhas, o que significa realizar os cálculos com a maior precisão possível. Essa análise crítica favorece que os estudantes se posicionem com mais fundamentação frente à tomada de decisões para além dos cálculos corretos.

|                 |   |
|-----------------|---|
| <b>Aula 106</b> | <b>Plano de aula: Resolução de problemas envolvendo área do círculo</b>   |
| Objetivo        | <ul style="list-style-type: none"> <li>Utilizar a expressão para o cálculo da área do círculo na resolução de problemas.</li> </ul> |

O plano de aula “Resolução de problemas envolvendo área do círculo” pretende discutir problemas envolvendo o cálculo de áreas de círculos e de setores circulares. Aqui se encerra o trabalho com o cálculo de área de polígonos, círculos e setores circulares. No entanto, em situações-problema diversas o cálculo de áreas estará sempre presente.

Organizado conforme o quadro a seguir, o plano completo está disponível no [link](#):

**Resolução de problemas envolvendo área do círculo**

| Atividades             | Objetivo principal   | Ação principal  | Tempo sugerido |
|------------------------|--|---|----------------|
| Retomada               | Retomar com os alunos a expressão que pode ser utilizada para calcular a área do círculo a partir da medida do raio e também o conceito de setor circular. | Utilizar algumas imagens para retomar a expressão que permite calcular a área do círculo e qual a sua relação com as áreas de setores circulares.       | 5 min.         |
| Atividade principal    | Aplicar a expressão da área do círculo para resolver um problema prático que envolve também um setor circular e outras figuras conhecidas.                 | Permitir que os alunos elaborem soluções para um problema que envolve área de superfície em um terreno a partir das medidas conhecidas na planta.       | 15 min.        |
| Discussão das soluções | Apresentar e discutir as estratégias de solução propostas pelos alunos.  | Analisar os erros e dificuldades nas soluções apresentadas pelos alunos e valorizar as diferentes estratégias.  | 15 min.        |
| Encerramento           | Destacar os conhecimentos mais importantes desenvolvidos com essa aula.  | Concluir como calcular a área do círculo pode ser importante na resolução de problemas que envolvem outras figuras em medidas de terrenos, por exemplo. | 5 min.         |
| Raio X                 | Verificar as aprendizagens obtidas na aula.  | Responder a um problema aplicando os conhecimentos desenvolvidos nesta aula.  | 8 min.         |

Fonte: Nova Escola (adaptado).



### *Fique de olho!*

Assim como o cálculo de áreas de polígonos diversos, as figuras geométricas compostas por polígonos e setores circulares permitem boas discussões sobre o cálculo de área de figuras. Use outros exemplos e, se possível, peça que a turma represente as formas geométricas em folhas de papel que permitam o recorte e a identificação das partes.

**Aula 107**

**Plano de aula: Posição entre retas e seus ângulos**

Objetivo

- Identificar os ângulos formados nos encontros das retas paralelas e transversais e reconhecer as suas congruências.

O plano de aula “Posição entre retas e seus ângulos” discute sobre as medidas de ângulos e o posicionamento entre retas, trabalhando com a identificação de congruência entre ângulos obtidos a partir de um feixe de paralelas intersectadas por uma transversal.

Organizado conforme o quadro a seguir, o plano completo está disponível no *link*:

**Posição entre retas e seus ângulos**

| Atividades                 | Objetivo principal  | Ação principal   | Tempo sugerido |
|----------------------------|---|--|----------------|
| Objetivo                   | Identificar os ângulos formados nos encontros das retas paralelas e transversais e reconhecer as suas congruências.   | Projetar ou ler o objetivo para a turma.   | 2 min.         |
| Aquecimento                | Diferenciar retas paralelas de retas transversais.  | Realizar um jogo dos palitos para diferenciar retas paralelas de retas transversais e perceber a relação entre elas. | 5 min.         |
| Atividade                  | Verificar as relações entre ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.  | Estimular que os alunos criem diferentes ângulos e realizem corretamente as medições utilizando o transferidor.      | 15 min.        |
| Discussão de soluções      | Reconhecer a congruência de ângulos; Identificar ângulos opostos pelo vértice, alternos, internos e colaterais.   | Discutir os diferentes ângulos formados e levá-los a descobrir a congruência ou suplementaridade entre eles.         | 15 min.        |
| Sistematização do conceito | Sistematizar a aprendizagem da aula.  | Conceituar o que foi aprendido e apresentar linguagem matemática existente nas relações.                             | 1 min.         |
| Encerramento               | Concluir a aula apresentando os conceitos aprendidos.   | Ler com os alunos as afirmações e registrar as definições apresentadas.  | 2 min.         |
| Raio X                     | Verificar aplicação dos conhecimentos adquiridos em situação semelhante e avaliar o que cada aluno aprendeu sobre a relação entre ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversais. | Resolver uma situação-problema aplicando os conceitos e relações de ângulos formados por retas paralelas.            | 10 min.        |

Fonte: Nova Escola (adaptado).

### *Fique de olho!*



Mais uma vez o uso de recursos digitais pode ser uma ótima opção para que os estudantes constatem o que está sendo estudado. No *link* a seguir, do Geogebra, é possível visualizar a congruência entre os ângulos obtidos por uma reta transversal que intercepta um par de retas paralelas, movimentando a posição das retas:

“[Ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal](https://www.geogebra.org/m/pkrmpf8a)”, disponível em: <https://www.geogebra.org/m/pkrmpf8a>.

## Aula 108 Plano de aula: Paralelas, transversal, ângulos internos, quadriláteros, triângulos

- Objetivos**
- Determinar a soma dos ângulos internos de triângulos e quadriláteros formados por paralelas e transversais.
  - Engajar os estudantes para a realização dos **Estudos Orientados 27** em casa.

O plano de aula “Paralelas, transversal, ângulos internos, quadriláteros, triângulos” amplia as discussões sobre as relações entre as medidas dos ângulos obtidos a partir de uma reta transversal intersectando duas ou mais retas paralelas. Será feita uma dedução de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a  $180^\circ$ , fato já conhecido dos estudantes por experimentação.

Organizado conforme o quadro a seguir, o plano completo está disponível no [link](#):

### Paralelas, transversal, ângulos internos, quadriláteros, triângulos

| Atividades             | Objetivo principal   | Ação principal  | Tempo sugerido |
|------------------------|--|---|----------------|
| Retomada               | Lembrar os conceitos de ângulos opostos pelo vértice, correspondentes e suplementares.                     | Fazer uma atividade de identificação e dos tipos de ângulos e descrever as propriedades específicas de cada tipo. | 8 min.         |
| Atividade principal    | Calcular a soma dos ângulos internos de um triângulo usando ângulos formados por paralelas e transversais. | Analisar uma solução, buscando compreender o raciocínio utilizado.  | 20 min.        |
| Discussão das soluções | Fazer com que o aluno perceba que há formas diferentes de resolver e raciocinar em um mesmo problema.      | Apresentar e discutir soluções, erros, dificuldades dos alunos.   | 10 min.        |
| Encerramento           | Apresentar resumidamente o que foi tratado na aula.  | Apresentar de forma bem resumida o que foi discutido na aula em uma frase.  | 2 min.         |
| Raio X                 | Verificar a aprendizagem dos alunos e perceber as dificuldades que ainda possam aparecer.                  | Exercício simples de aplicação do que foi discutido em aula.  | 8 min.         |

Fonte: Nova Escola (adaptado).



### *Fique de olho!*

Novamente, o recurso digital também pode ser uma boa alternativa, com uma das montagens disponíveis no Geogebra, que trata exatamente das relações discutidas neste plano de aula.

“[Soma dos ângulos internos de um triângulo](https://www.geogebra.org/m/n8ftzuvh)”, disponível em: <https://www.geogebra.org/m/n8ftzuvh>.

Caso o recurso esteja indisponível, você pode solicitar que os estudantes construam diferentes triângulos e verifiquem, com régua, compasso, transferidor, esquadros (caso seja possível o uso de todos os instrumentos) como identificamos as propriedades discutidas ao longo do plano.

Para finalizar, entregue para cada estudante uma cópia do caderno de **Estudos Orientados 27** (disponível no *link*: [https://biblioteca.institutoreuna.org.br/estudos\\_orientados\\_modulo4.pdf](https://biblioteca.institutoreuna.org.br/estudos_orientados_modulo4.pdf)) e convide-os a realizar as atividades em casa, orientando-os que, na aula seguinte, ocorrerá uma discussão em sala de aula.

### **O que os estudantes realizarão nos Estudos Orientados 27:**

- O que posso fazer para me preparar para o simulado Saeb
- Desafio 1: Saber ler é essencial! (Resolução de problemas)
- Desafio 2: Áreas de cabeça (Cálculo mental)
- Desafio 3: Paralelas e transversais
- Desafio 4: Mais retas paralelas e transversais
- Fechamento: lidando com a ansiedade

## SEMANA 28 (aulas 109 a 112)

### REALIZAÇÃO DO SIMULADO SAEB

Nesta semana, a dinâmica das aulas será diferenciada. Com a prova Saeb se aproximando, os estudantes realizarão um **simulado** da prova para que possam praticar, testar seus conhecimentos e dialogar com base nos resultados.

### O que acontece na semana:

- Discussão coletiva sobre os **Estudos Orientados 27**.
- Realização e discussão de prova como simulado para prova Saeb.
- Discussão e análise da prova simulado Saeb.
- Entrega do material **Estudos Orientados 28**.

## Ficha de acompanhamento do escopo e sequência

### Semana 28

| AULA | REALIZADA EM | OBSERVAÇÕES SOBRE A AULA REALIZADA |
|------|--------------|------------------------------------|
| 109  |              |                                    |
| 110  |              |                                    |
| 111  |              |                                    |
| 112  |              |                                    |

## Aula 109 Discussão dos Estudos Orientados 27

Objetivo • Vivenciar, em sala de aula, a aprendizagem colaborativa pela discussão coletiva das atividades de Estudos Orientados e motivar os estudantes para a realização dos Estudos Orientados em casa.

- a. Inicie a aula propondo a discussão sobre a reflexão “O que posso fazer para me preparar para o simulado Saeb” que está no início dos **Estudos Orientados 27**. É importante que os estudantes se comprometam com o objetivo do simulado. Ao longo da vida, realizarão uma série de provas e exames, portanto, os simulados são ótimos momentos preparatórios.

### *Fique de olho!*



Procure ouvir dúvidas sobre o simulado e esclareça qual será a dinâmica do dia. O ideal é que os estudantes possam vivenciar o simulado como uma antecipação da prova Saeb, um momento valioso para identificar o que podem fazer para se prepararem ainda melhor para o dia da prova.

- b. O Desafio 1, “Saber ler é essencial!”, retoma a leitura de textos de problemas, nesse caso a leitura de gráficos. O problema selecionado exige a leitura de gráficos de setor e de barras e o cálculo de percentuais. Na discussão coletiva, retome o descarte de alternativas como uma estratégia que permite eliminar rapidamente as alternativas (C) e (D), uma vez que 20% de 200 pessoas são 40 pessoas que devem considerar o meio ambiente como fator de longevidade. Incentive os estudantes a explicar como leram os dois tipos de gráficos e como resolveram esse teste.
- c. No Desafio 2, “Áreas de cabeça”, mais do que a resposta correta, o interessante é que os estudantes apresentem como fizeram a decomposição das figuras para efetivar os cálculos mentalmente. O interessante é comparar as diferentes formas de “ver” a figura composta de outras, o que permite que um estudante aprenda com seus colegas outras visualizações da mesma figura.

Se não aparecer como estratégia, apresente a possibilidade de completar a figura como um retângulo para depois retirar partes dele até obter a figura que se deseja a área. Por exemplo:



pode ser pensado como um retângulo de dimensões 14 por 6, do qual foram retirados 4 quadrados 2 por 2, o que resulta em  $14 \times 6 - 4 \times (2 \times 2) = 68$ .

- d. Os Desafios 3 e 4 trazem questões de aplicação direta do que os estudantes aprenderam sobre a congruência e suplementaridade de ângulos entre retas paralelas e uma reta transversal. Esses itens podem ser utilizados por você para fazer eventuais ajustes de compreensão das propriedades estudadas.

#### Aula 110 Avaliação - Simulado Saeb

Objetivo • Realizar avaliação sobre o que foi estudado até o momento.

Esta aula é dedicada à realização de uma avaliação diferenciada. Ela tem formato e número de questões (20 ao todo) semelhantes às aquelas que compõem a prova Saeb. Com o intuito de efetivamente simular a situação dessa avaliação, que será feita pelos estudantes nas próximas semanas, o ideal é combinar com eles que o simulado seja realizado em um ambiente calmo, sem qualquer consulta, com muito foco e persistência, uma vez que essas foram competências trabalhadas por todos ao longo do percurso das aulas.

No momento da prova, proponha que utilizem a **técnica do início difícil**: realizar uma rápida leitura de todas as questões, marcar as questões que acharem mais difíceis e escolher uma delas para começar.



### *Fique de olho!*

Essa é a **técnica do início difícil**, apresentada nos **Estudos Orientados 23**. É uma recomendação da neurociência para lidar com a ansiedade e o estresse em provas. Consiste em identificar as questões mais desafiadoras e começar por uma delas. Caso o estudante não consiga resolver essa questão em poucos minutos, deverá seguir para uma questão mais fácil. Na sequência, ele responde a duas questões mais fáceis. Isso faz com que o sentimento de autoconfiança aumente, antes de voltar para outra questão mais difícil.

Confira a reportagem da BBC Brasil, “[Enem: ‘Começar pelo exercício mais fácil’ e outros erros comuns de alunos em provas, segundo a ciência](https://www.bbc.com/portuguese/geral-49411981)”, disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/geral-49411981>.

A avaliação - Simulado Saeb - está disponível em: [https://biblioteca.institutoreuna.org.br/avancar\\_avaliacoes\\_9ano.pdf](https://biblioteca.institutoreuna.org.br/avancar_avaliacoes_9ano.pdf) (página 31).



### *Fique de olho!*

Esse é o momento que prepara os estudantes para enfrentarem sozinhos provas mais longas, envolvendo vários conhecimentos. Observe-os durante o tempo da prova, faça anotações daqueles que se mostram atentos, assim como dos que parecem dispersos, incentive aqueles que demonstram sinais de desistência e as evidências de confiança dos estudantes durante a realização da avaliação.

## Aula 111 Discussão do Simulado Saeb + autoavaliação

- Objetivos
- Discutir de modo compartilhado o processo e os resultados do Simulado Saeb.
  - Investigar as causas de eventuais erros.

Inicie o momento da discussão da autoavaliação do Simulado organizando uma roda de conversa e pedindo aos estudantes que compartilhem suas impressões, sentimentos e pensamentos durante a avaliação. Procure identificar se conseguiram colocar em prática as dicas para manter a tranquilidade e controlar a ansiedade.

Na sequência, compartilhe que o Simulado é uma excelente estratégia para aprender mais sobre si mesmo em situações que costumam gerar estresse, como é o caso de provas como o Saeb. E, também, é uma ótima estratégia para que cada um possa colocar em prática os conhecimentos matemáticos adquiridos.

### *Fique de olho!*



Durante cada módulo, os estudantes realizaram avaliações nas quais você, professor(a), e a turma puderam acompanhar o desempenho na Matemática e questões relacionadas ao desenvolvimento socioemocional que são indissociáveis da aprendizagem e dos momentos de maior tensão. O Simulado é um degrau que acrescenta complexidade, ao ser estruturado e aplicado como no dia da prova Saeb, considerando as regras e o tempo de realização. Essa vivência oferece mais uma oportunidade para o autoconhecimento dos jovens e para a avaliação de erros e acertos, de modo a fornecer dados para a “calibragem” dos planos de estudos individuais.

Utilize a mesma estratégia já realizada nos momentos de discussão da avaliação:

- a. Peça aos estudantes que escrevam em seus cadernos quantas questões avaliam que acertaram e qual foi a questão mais desafiadora, explicando o motivo para tal.

- b. Apresente as questões com maior e menor número de acertos e peça aos estudantes que acertaram para resolver essas questões no quadro. Construa um ambiente de abertura e de investigação sobre os eventuais erros, de modo que perguntas possam ser feitas sem receio por aqueles que erraram a questão ou a resolveram de outro modo.
- c. Analise todas as questões do Simulado e comemore e valorize os avanços da turma.
- d. Continue elaborando com a turma uma lista de cuidados em relação a erros recorrentes e mantenha-a à vista a cada aula para consulta de todos.

### *Fique de olho!*



Na próxima semana, a prova Saeb será aplicada. Portanto, converse com a turma a respeito e realize as orientações de estudos necessárias, de acordo com o resultado de sua observação e análise.

#### **Aula 112**

#### **Tempo de ajustar o ensino**

- |           |  |
|-----------|--|
| Objetivos | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ajustar o tempo necessário para tratar de expectativas de aprendizagem e planos de aula anteriores.</li> <li>• Engajar os estudantes para a realização dos <b>Estudos Orientados 28</b> em casa.</li> </ul> |
|-----------|--|

Esta é uma aula pensada para ser utilizada em qualquer momento do percurso até aqui, inclusive antes da aula destinada ao Simulado Saeb. Com o intuito de finalizar algum dos planos de aula, reforçar conceitos e aprendizagens que ainda não estejam consolidados pelos estudantes e/ou aprofundar conhecimentos. Para isso, é fundamental que seu planejamento seja feito com base no acompanhamento dos estudantes e do que eles trazem de desafios e demandas.

Para finalizar, entregue para cada estudante uma cópia do caderno de **Estudos Orientados 28** (disponível no *link*: [https://biblioteca.institutoreuna.org.br/estudos\\_orientados\\_modulo4.pdf](https://biblioteca.institutoreuna.org.br/estudos_orientados_modulo4.pdf)) e convide-os a realizar as atividades. Esse caderno de Estudos Orientados traz recomendações e atividades para que possam revisar o resultado do Simulado realizado nos grupos de trabalho e se preparar para o dia da prova Saeb.

### **O que os estudantes realizarão nos Estudos Orientados 28:**

- Desafio 1: Preparando-se para o Saeb
- Desafio 2: Um problema exigente (Resolução de problemas)
- Desafio 3: Sistemas 2 x 2 (Cálculo mental)
- Desafio 4: Camisas bordadas
- Desafio 5: As tampas
- Fechamento

## SEMANA 29 (aulas 113 a 116)

### REALIZAÇÃO DO SIMULADO SAEB

Nesta semana, a dinâmica das aulas, mais uma vez, será diferenciada. Além de discutir os resultados dos **Estudos Orientados 28**, os estudantes realizarão a prova Saeb, mobilizando conhecimentos e habilidades na resolução de itens dessa prova.

### O que acontece na semana:

- Discussão coletiva sobre os **Estudos Orientados 28**.
- Realização da Prova Saeb.
- Autoavaliação.
- Entrega do material **Estudos Orientados 29**.

## Ficha de acompanhamento do escopo e sequência

### Semana 29

| AULA | REALIZADA EM | OBSERVAÇÕES SOBRE A AULA REALIZADA |
|------|--------------|------------------------------------|
| 113  |              |                                    |
| 114  |              |                                    |
| 115  |              |                                    |
| 116  |              |                                    |

## Aula 113 Discussão dos Estudos Orientados 28

Objetivo • Vivenciar, em sala de aula, a aprendizagem colaborativa pela discussão coletiva das atividades de Estudos Orientados e motivar os estudantes para a realização dos Estudos Orientados em casa.

- a. Inicie a aula com uma roda de conversa, com o objetivo de identificar o que os estudantes realizaram nos últimos dias como preparação para a realização da prova Saeb. Procure identificar se buscaram acionar os professores orientadores para uma conversa, se trabalharam nos grupos de estudos e/ou individualmente, e se praticaram alguma estratégia para lidar com a ansiedade ou estresse.

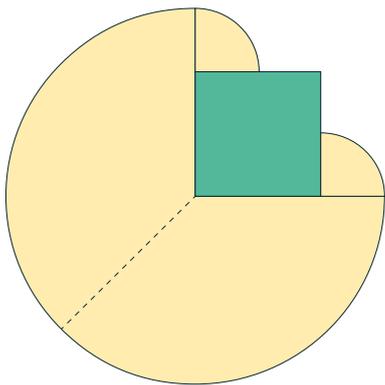
Reforce a importância de revisar e colocar em ação as dicas e estratégias apresentadas nos **Estudos Orientados 23** e **27** para a realização de uma boa preparação e prova Saeb.

### *Fique de olho!*



Vale recuperar e reler as orientações que estão no início dos **Estudos Orientados 23** e **27**, de modo que os estudantes possam lembrar e praticar essas estratégias!

- b. No Desafio 2, “Um problema exigente”, espera-se que os estudantes façam algum tipo de desenho ou esboço da situação-problema, para verificar que a maior área que pode ser irrigada por essa mangueira, respeitando o comprimento dela de 12 m e as limitações das paredes da casa, é composta de  $\frac{3}{4}$  de um círculo de raio 12 m e de duas partes que correspondem a  $\frac{1}{4}$  de círculo com raio de 4 m, como no desenho a seguir.



O que corresponde à área total de

$$\frac{3}{4} \cdot \pi \cdot 12^2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 4^2 = 116 \pi \approx 116 \cdot 3 = 348 \text{ m}^2$$

Isso corresponde a  $348 : 12 = 29$  kg de sementes.

Analise com os estudantes eventuais enganos, seja no formato da parte irrigada pela torneira ou nos cálculos das áreas e na divisão.

Faça as intervenções necessárias e enfatize que é esse tipo de problema que eles terão pela frente em diversos momentos de avaliação, em direção a suas metas na escola e na continuidade dos estudos.

- c. O Desafio 3, “Sistemas 2 x 2”, tem como objetivo mostrar aos estudantes que a resolução de sistemas simples, como os propostos, pode ser feita sem necessidade de substituição ou adição. Observe com os estudantes que nos itens B, C, D, F, G e H, adicionar as duas equações facilita bastante para encontrar “de cabeça” o valor de uma das variáveis.
- d. O Desafio 4, “Camisas bordadas”, retoma a representação gráfica da variação diretamente proporcional entre duas variáveis. Analise com os estudantes justificativas para que as alternativas A, B e C sejam consideradas erradas para a situação descrita no problema. Essa análise pode ser um bom motivo para a leitura de gráficos no plano cartesiano e reforço para o conceito de proporcionalidade direta.
- e. No Desafio 5, “As tampas”, os estudantes se deparam novamente com o cálculo de áreas de círculos cujos raios eles devem determinar em função da quantidade e posição desses círculos dentro de um quadrado. Espera-se que os estudantes constatem que tanto a área dos círculos como a área reciclável é sempre a mesma, independentemente do tamanho dos círculos.

### *Fique de olho!*



O Saeb 2023 passou por algumas mudanças. Confira essas mudanças assistindo ao vídeo “[Novo Saeb 2023](https://www.youtube.com/watch?v=FD15crBU-u0)”, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=FD15crBU-u0>.

Consulte também a página do Saeb no [site do Inep](https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb), disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb>. Nela, você encontra as matrizes de referência, escalas de proficiência e outras informações.

|                        |  |
|------------------------|--|
| <b>Aulas 114 e 115</b> | <b>Tempo dedicado à realização do Saeb</b> |
|------------------------|--|

|          |                          |
|----------|--------------------------|
| Objetivo | • Realizar a prova Saeb. |
|----------|--------------------------|

O tempo dessas aulas é dedicado à realização das provas Saeb, cuja aplicação é orientada pelo Inep.

|                 |   |
|-----------------|---|
| <b>Aula 116</b> | <b>Autoavaliação em relação ao Saeb</b> |
|-----------------|---|

|          |   |
|----------|---|
| Objetivo | • Autoavaliação e análise coletiva da prova Saeb realizada. |
|----------|---|

Utilize esse momento para realizar a autoavaliação da turma acerca do desempenho em Matemática no Saeb, bem como promover a análise de cada questão. Para começar, peça que cada estudante fale sobre como foi a experiência de participar da prova Saeb, explicitando o maior aprendizado que teve ao participar dessa prova. Peça-lhes que falem também sobre como se sentiram no dia da prova. Na sequência, utilize as mesmas orientações da aula 111 para seguir com a correção das respostas. Não deixe de celebrar as conquistas com a turma!

**SEMANA 30 (aulas 117 a 120)**

|  |  |
|--|--|
| <b>Unidades temáticas</b>  | Números<br>Geometria   |
| <b>Objetos de conhecimento</b>   | Números irracionais: reconhecimento e localização de alguns na reta numérica<br>Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração  |
| <b>Habilidades BNCC</b>  | EFO9MA02 - Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.<br>EFO9MA14 - Resolver problemas de aplicação do teorema de Pitágoras.   |
| <b>Expectativas de aprendizagem</b>  | <ul style="list-style-type: none"><li>• Identificar um número racional pela sua expansão decimal finita ou infinita periódica.</li><li>• Reconhecer números irracionais em situações de medição.</li><li>• Aproximar um número irracional de números inteiros e racionais.</li><li>• Localizar um número irracional na reta numérica (Saeb 3º EM D14).</li><li>• Identificar a relação de Pitágoras em triângulos retângulos.</li><li>• Resolver problemas pela aplicação do Teorema de Pitágoras.</li></ul> |
| <b>O que acontece na semana:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Realização do plano de aula: Números irracionais/reais.</li><li>• Realização do plano de aula: Números irracionais na reta numerada.</li><li>• Realização do plano de aula: Deduzir o Teorema de Pitágoras através de malha quadriculada e recortes.</li><li>• Realização do plano de aula: Determinando o comprimento de diagonais e alturas no plano.</li><li>• Entrega do material <b>Estudos Orientados 29</b>.</li></ul> |  |

## Ficha de acompanhamento do escopo e sequência

Semana 30

| AULA | REALIZADA EM | OBSERVAÇÕES SOBRE A AULA REALIZADA |
|------|--------------|------------------------------------|
| 117  |              |                                    |
| 118  |              |                                    |
| 119  |              |                                    |
| 120  |              |                                    |

| Aula 117 | Plano de aula: Números irracionais/reais   |
|----------|--|
| Objetivo | • Trabalhar com números decimais infinitos não periódicos (números irracionais). |

Nesta aula será trabalhado o plano de aula “Números irracionais/reais”, organizado conforme o quadro a seguir. O foco deste plano de aula são os números irracionais e a compreensão de que estes também são números reais. O plano completo está disponível no [link](#):

**Números irracionais/reais**

| Atividades            | Objetivo principal   | Ação principal  | Tempo sugerido |
|-----------------------|--|---|----------------|
| Aquecimento           | Retomar conteúdos do 7º ano: fração escrita na forma de dízima periódica e áreas de quadrados.             | Calcular o lado dos quadrados, os quais aparecerão em forma de dízima periódica ou números exatos.                                    | 5 min.         |
| Atividade             | Perceber que, além dos números inteiros e racionais, temos necessidade de outros números.                  | Criar uma situação em que os alunos se deparem com um número desconhecido e que o mesmo pertença ao conjunto dos números irracionais. | 23 min.        |
| Discussão de soluções | Entender o conjunto dos números reais como ampliação dos racionais. Números irracionais e seu significado. | Construir conceito de números irracionais a partir da resolução de exercícios.  | 5 min.         |
| Encerramento          | Apresentação do conjunto dos números irracionais.  | Depois da descoberta do número irracional, mostrar onde ele se encontra no diagrama dos conjuntos numéricos.                          | 5 min.         |
| Raio X                | Verificar o que os alunos aprenderam.  | Percepção da infinidade de um número irracional, mas não do segmento.   | 10 min.        |

Fonte: Nova Escola (adaptado).



### *Fique de olho!*

Professor(a), é importante que, nesse momento, os estudantes compreendam que os números irracionais são números reais, e que estes também estão presentes em situações diversas.

Para ampliação desse conceito, sugerimos o [vídeo do Khan Academy](https://pt.khanacademy.org/math/pt-9-ano/numeros-9ano/numeros-irracionais-na-reta-numerica/v/os-nmeros-irracionais-na-reta-numrica), disponível em: <https://pt.khanacademy.org/math/pt-9-ano/numeros-9ano/numeros-irracionais-na-reta-numerica/v/os-nmeros-irracionais-na-reta-numrica>, que trabalha a ideia da aproximação para determinação de um número irracional.

## Aula 118 Plano de aula: Números irracionais na reta numerada

Objetivo • Identificar números irracionais, bem como localizá-los na reta numerada.

Nesta aula será trabalhado o plano de aula “Números irracionais na reta numerada”, organizado conforme o quadro a seguir. O foco nesse momento é a percepção de que qualquer número real pode ser representado na reta numérica. O plano completo está disponível no *link*:

### Números irracionais na reta numerada

| Atividades         | Objetivo principal  | Ação principal   | Tempo sugerido |
|--------------------|---|--|----------------|
| Aquecimento        | Construir a ideia de infinitude dentro de um espaço limitado. | Construir a ideia intuitiva de que dentro de um espaço limitado podem haver infinitos componentes.             | 7 min.         |
| Atividade          | Perceber a infinitude na reta numerada.                       | Comparar uma gota de sangue à reta numérica: ao aumentarmos o espaço da reta, nos deparamos com novos números. | 19 min.        |
| Painel de soluções | Localizar números decimais muito pequenos na reta numerada.   | Exercícios para localizar números decimais muito pequenos na reta numerada.                                    | 8 min.         |
| Encerramento       | Sintetizar as ações realizadas em aula.                       | Os alunos devem socializar com os colegas as principais observações realizadas.                                | 7 min.         |
| Raio X             | Localizar números irracionais na reta numerada.               | Exercício envolvendo a localização de números irracionais na reta numerada.                                    | 6 min.         |

Fonte: Nova Escola (adaptado).

### Fique de olho!



Aproveite esse momento para explorar a reta numerada e a percepção dos estudantes do que é a representação geométrica da infinitude numérica. Caso seja possível, sugerimos o *software* <https://helpingwithmath.com/generators/numberlinegenerator01/> para gerar retas numeradas online e tornar mais interativo esse momento.

|                 |   |
|-----------------|---|
| <b>Aula 119</b> | <b>Plano de aula: Deduzir o Teorema de Pitágoras através de malha quadriculada e recortes</b> |
| Objetivo        | • Deduzir o Teorema de Pitágoras através de composição de áreas em malha quadriculada.        |

Nesta aula será trabalhado o plano de aula “Deduzir o Teorema de Pitágoras através de malha quadriculada e recortes”, organizado conforme o quadro a seguir. Nesse plano, com auxílio da malha quadriculada, os alunos serão levados a deduzir o Teorema de Pitágoras. O plano completo está disponível no [link](#):

**Deduzir o Teorema de Pitágoras através de malha quadriculada e recortes**

| Atividades             | Objetivo principal  | Ação principal   | Tempo sugerido |
|------------------------|---|--|----------------|
| Objetivo               | Deduzir o Teorema de Pitágoras através da composição de áreas em malha quadriculada.    | Apresentar o objetivo da aula.   | 2 min.         |
| Aquecimento            | Rever o conceito de retângulo e diagonais.  | Atividade de identificação.  | 5 min.         |
| Atividade              | Deduzir o Teorema de Pitágoras.   | Atividade de investigação com malhas quadriculadas.                                      | 25 min.        |
| Discussão das soluções | Analisar as soluções e dificuldades encontradas no decorrer da construção da atividade. | Socialização das soluções e dificuldades apresentadas na atividade em aula.              | 5 min.         |
| Sistematização         | Rever e sistematizar os conceitos deduzidos na aula.                                    | Mostrar a representação geométrica e a algébrica do Teorema de Pitágoras.                | 5 min.         |
| Encerramento           | Retomar os principais conceitos desenvolvidos em aula.                                  | Formalizar o Teorema de Pitágoras.   | 3 min.         |
| Raio X                 | Aplicar a relação e os conceitos desenvolvidos na atividade.                            | Resolução de atividades propostas como forma de avaliar o alcance dos objetivos da aula. | 5 min.         |

Fonte: Nova Escola (adaptado).



### *Fique de olho!*

O Teorema de Pitágoras é muito importante no estudo da geometria. Aproveite esse momento para explorar com os estudantes sua importância e sua aplicação cotidiana. Observe se os estudantes mobilizam conhecimentos anteriores sobre o triângulo retângulo, diferenciando catetos e hipotenusas e identificando a presença do triângulo retângulo em diferentes polígonos.

| Aula 120  | Plano de aula: Determinando o comprimento de diagonais e alturas no plano  |
|-----------|--|
| Objetivos | <ul style="list-style-type: none"><li>• Utilizar o Teorema de Pitágoras para determinar o comprimento de diagonais e alturas no plano.</li><li>• Engajar os estudantes para a realização dos <b>Estudos Orientados 29</b> em casa.</li></ul> |

Nesta aula será trabalhado o plano de aula “Determinando o comprimento de diagonais e alturas no plano”, esse é um momento importante para a compreensão da aplicação do Teorema de Pitágoras em polígonos. Utilize esse plano para evidenciar o surgimento de números irracionais em diferentes situações envolvendo medições. O plano completo está disponível no *link*:

**Determinando o comprimento de diagonais e alturas no plano**

| Atividades             | Objetivo principal   | Ação principal  | Tempo sugerido |
|------------------------|--|---|----------------|
| Objetivo               | Utilizar o Teorema de Pitágoras para determinar o comprimento de diagonais e alturas no plano. | Apresentar o objetivo da aula.  | 2 min.         |
| Retomada               | Rever conceitos relacionados a altura de um triângulo.   | Atividade de construção com régua, e esquadro.  | 8 min.         |
| Atividade principal    | Determinar o comprimento de diagonais e alturas no Plano (quadrado e triângulo equilátero).    | Atividade de investigação e construção com lápis, régua e malha quadriculada, usando o Teorema de Pitágoras como conceito auxiliar. | 20 min.        |
| Discussão das soluções | Analisar as soluções e dificuldades encontradas no decorrer da construção da atividade.        | Socialização das soluções e dificuldades apresentadas na atividade em aula.   | 7 min.         |
| Encerramento           | Retomar e sistematizar os principais conceitos desenvolvidos em aula.                          | Formalizar e generalizar o método desenvolvido para o cálculo de diagonais e alturas.   | 5 min.         |
| Raio X                 | Aplicar o método e os conceitos desenvolvidos na atividade.                                    | Resolução de atividades propostas como forma de avaliar o alcance dos objetivos da aula.  | 7 min.         |

Fonte: Nova Escola (adaptado).

### *Fique de olho!*



Como sequência de um trabalho com números irracionais e o Teorema de Pitágoras no processo de medição da diagonal do quadrado, sugerimos o vídeo “[Pitágoras e os irracionais | Uma Não Tão Breve História do Espaço](https://www.youtube.com/watch?v=4l_ACHUkom8)” que mostra essa relação, disponível em: [https://www.youtube.com/watch?v=4l\\_ACHUkom8](https://www.youtube.com/watch?v=4l_ACHUkom8).

Para finalizar, entregue para cada estudante uma cópia do caderno de **Estudos Orientados 29** (disponível no *link*: [https://biblioteca.institutoreuna.org.br/estudos\\_orientados\\_modulo4.pdf](https://biblioteca.institutoreuna.org.br/estudos_orientados_modulo4.pdf)) e convide-os a realizar as atividades em casa, pois, na aula seguinte, ocorrerá uma discussão em sala de aula.

## O que os estudantes realizarão nos Estudos Orientados 29:

- Meu maior aprendizado
- Desafio 1: Ensino Médio, é você?
- Desafio 2: Mais uma vez, “verdade ou mentira” (Resolução de problemas)
- Desafio 3: Pitágoras a jato! (Cálculo mental)
- Desafio 4: Aproximando
- Desafio 5: Determinando a medida
- Para aproveitar o Ensino Médio!

### SEMANA 31 (aulas 121 a 124)

|   |  |
|---|--|
| <b>Unidade temática</b>   | Álgebra  |
| <b>Objetos de conhecimento</b>  | Fatoração e produtos notáveis<br>Equação do 2º grau por fatoração  |
| <b>Habilidade BNCC</b>  | EFO9MA09 - Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.              |
| <b>Expectativas de aprendizagem</b>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fatorar expressões de 2º grau com uma variável.</li> <li>• Associar pela fatoração a resolução de equações polinomiais do 2º grau à resolução de equações do 1º grau (Saeb 3º EM D25 e D26).</li> </ul> |
| <b>O que acontece na semana:</b>  |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Discussão coletiva sobre os <b>Estudos Orientados 29</b>.</li> <li>• Realização do plano de aula: Fatorando o quadrado da soma de dois termos.</li> <li>• Realização do plano de aula: Reconhecendo uma equação quadrática.</li> <li>• Realização do plano de aula: Resolvendo equações quadráticas por fatoração.</li> <li>• Entrega do material <b>Estudos Orientados 30</b>.</li> </ul> |  |

## Ficha de acompanhamento do escopo e sequência

### Semana 31

| AULA | REALIZADA EM | OBSERVAÇÕES SOBRE A AULA REALIZADA |
|------|--------------|------------------------------------|
| 121  |              |                                    |
| 122  |              |                                    |
| 123  |              |                                    |
| 124  |              |                                    |

## Aula 121 Discussão dos Estudos Orientados 29

Objetivo • Vivenciar, em sala de aula, a aprendizagem colaborativa pela discussão coletiva das atividades de Estudos Orientados e motivar os estudantes para a realização dos Estudos Orientados em casa.

- a. Inicie a aula propondo uma roda de conversa para falar sobre as expectativas dos estudantes para o novo ciclo que se inicia: o Ensino Médio. As atividades iniciais e final dos Estudos Orientados trazem questionamentos aos estudantes sobre:
- O principal aprendizado que tiveram durante o ano e que vão levar para a vida.
  - Expectativas para o Ensino Médio e metas de futuro.
  - O que podem fazer para aproveitar melhor o Ensino Médio.

### *Fique de olho!*



Converse sobre os aprendizados e expectativas descritas pelos estudantes e reforce a importância de continuarem criando e participando de grupos de estudos. Compartilhe algumas dicas, como:

- Encontre colegas que estejam dispostos a criar momentos de troca e estudos com você.
- Compactue combinados e objetivos do grupo entre todos.
- Crie uma rotina de encontro do grupo.
- Busque professores que possam apoiá-lo em dúvidas e outras questões.

- b. No Desafio 2. “Mais uma vez, ‘verdade ou mentira’”, os estudantes têm pela frente um problema de lógica que mobiliza o raciocínio lógico dedutivo. Na discussão coletiva, incentive que apresentem diferentes formas de pensar. Uma possibilidade é supor que as afirmações de uma das caixas a cada vez é verdadeira, por exemplo, ao supor que a afirmação em A é verdade, então as afirmações em B e em C também são verdades, o que não é possível de acordo com o problema. Outra estratégia é supor que o presente está em uma caixa de cada vez. Vamos explorar essa segunda estratégia.

- Se o presente está em A, então as afirmações em A, B e C são verdadeiras, o que não é possível. Logo, o presente não está na caixa A.
- Se o presente está em B, então as afirmações em A, B e C são todas mentirosas, o que também não é permitido pelas condições do problema.
- Conclusão: o presente está na caixa C. Conferindo se o presente está em C, então a afirmação em B é verdade e as caixas A e C trazem afirmações mentirosas, e isso está de acordo com o problema.

Ao final, depois de observá-los, destaque quantas vezes utilizaram o raciocínio “se ....., então .....”, característico do pensar lógico dedutivo que os estudantes desenvolveram e é tão importante para a compreensão de textos argumentativos e científicos que analisam causas e consequências.

- c. No Desafio 3, “Pitágoras a jato!”, a ideia é retomar a relação de Pitágoras que é tão importante para a continuidade dos estudos em Matemática e, simultaneamente, trabalhar mais o posicionamento de números irracionais na reta numerada. Com a turma, analise como decidiram para posicionar os números  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{10}$  e  $\sqrt{13}$ . Traga uma calculadora científica, ou use a de um celular, para mostrar como posicionar esses pontos com maior precisão, ainda que de modo aproximado, considerando aproximações com uma ou duas casas decimais.
- d. O Desafio 4, “Aproximando”, traz um problema de texto cujo objetivo é o cálculo aproximado de números irracionais. Espera-se que os estudantes não apenas aproximem as raízes quadradas de 50 e de 12, como calculem o dobro da expressão que aparece no texto e selecionem entre as alternativas o valor mais próximo dessa estimativa.
- e. No Desafio 5, “Determinando a medida”, os estudantes são desafiados a utilizar a relação do Teorema de Pitágoras duas vezes. Inicialmente para determinar o lado do quadrado e, depois, para determinar o valor de x. Observe se os estudantes leem a imagem e identificam as etapas necessárias para a resolução.

**Aula 122 Plano de aula: Fatorando o quadrado da soma de dois termos**

Objetivo • Resolver fatorações do tipo  $(x+a)^2$  estabelecendo relações com a expressão algébrica  $x^2 + 2ax + a^2$ .

Nesta aula será trabalhado o plano de aula “Fatorando o quadrado da soma de dois termos”, organizado conforme o quadro a seguir. Este plano é introdutório para a sequência de aulas sobre a fatoração de produtos notáveis e sua utilização para solucionar equações do segundo grau, por esse motivo a ênfase está apenas na fatoração do quadrado de uma soma. O plano completo está disponível no [link](#):

**Fatorando o quadrado da soma de dois termos**

| Atividades         | Objetivo principal   | Ação principal  | Tempo sugerido |
|--------------------|--|---|----------------|
| Aquecimento        | Ativar o conhecimento dos alunos sobre a propriedade do produto de potências de mesma base.                          | Compreender e relembrar o que é uma potência e como escrever um produto de potências de mesma base como uma única potência.   | 8 min.         |
| Atividade          | Compreender a relação entre as expressões $(x+a)^2$ e $x^2+2ax+a^2$ , sendo a primeira delas a fatoração da segunda. | Compreender a relação entre as expressões $(x+a)^2$ e $x^2+2ax+a^2$ .   | 15 min.        |
| Painel de soluções | Possibilitar o compartilhamento das diferentes estratégias utilizadas pelos alunos para chegar às suas respostas.    | Apresentar as soluções desenvolvidas (ainda que não estejam completamente corretas ou concluídas).                            | 10 min.        |
| Sistematização     | Promover a sistematização do que foi aprendido através da atividade.   | Buscar perceber que a ideia da atividade pode ser generalizada e transporta para outros casos.                                | 3 min.         |
| Encerramento       | Apresentar o que foi desenvolvido conceitualmente na aula.   | Retomar as principais aprendizagens da aula.  | 2 min.         |
| Raio X             | Perceber se houve a compreensão dos conceitos da equivalência das expressões $(x+a)^2$ e $x^2+2ax+a^2$ .             | Resolver a atividade apresentada, empregando as aprendizagens sobre a equivalência das expressões $(x+a)^2$ e $x^2+2ax+a^2$ . | 10 min.        |

Fonte: Nova Escola (adaptado).



### *Fique de olho!*

Professor(a), este é um plano introdutório para o estudo da equação de 2º grau. Explore com os alunos a atividade principal por meio da experimentação, permitindo que eles realizem testes para a discussão de soluções. A transformação da forma fatorada para o trinômio, e vice-versa, é importante para o desenvolvimento desta aula. Sugerimos a atividade proposta no geogebra: <https://www.geogebra.org/m/qhncayk> para um momento de aplicação do processo de fatoração.

#### **Aula 123**

#### **Plano de aula: Reconhecendo uma equação quadrática**

##### Objetivo

- Identificar e compreender uma equação quadrática e discutir o significado das raízes em confronto com a situação-problema.

Nesta aula será trabalhado o plano de aula “Reconhecendo uma equação quadrática”, a notação algébrica e o conceito de raízes são essenciais na condução desta aula. Este plano possui um guia de intervenções que pode ser um importante auxílio na condução desta aula. O plano completo está disponível no *link*:

**Reconhecendo uma equação quadrática**

| Atividades          | Objetivo principal   | Ação principal  | Tempo sugerido |
|---------------------|--|---|----------------|
| Retomada            | Identificar as características de um trinômio quadrado perfeito.   | Desenvolver o quadrado da soma de dois termos, analisando termo a termo, para identificar o trinômio.   | 5 min.         |
| Atividade principal | Explorar o quadrado da soma de dois termos, para identificar que este é um trinômio quadrado perfeito.   | Analisar as maneiras de escritas da soma de dois quadrados e o quadrado da soma de dois termos e perceber suas diferenças.  | 15 min.        |
| Painel de soluções  | Discutir a solução da atividade principal, apresentando o uso da fatoração do tipo “trinômio quadrado perfeito” para resolver situações-problemas. | Compartilhar e discutir a solução da atividade principal e perceber a diferença entre a soma de dois quadrados e o quadrado da soma de dois termos.                         | 15 min.        |
| Encerramento        | Reforçar as aprendizagens da aula.   | Refletir sobre as características de um trinômio quadrado perfeito.   | 3 min.         |
| Raio X              | Verificar o que os alunos aprenderam na aula.  | Ler e interpretar a situação-problema, construindo a expressão algébrica, identificando o trinômio quadrado perfeito no desenvolvimento do quadrado da soma de dois termos. | 10 min.        |

Fonte: Nova Escola (adaptado).



### *Fique de olho!*

Professor(a), observe que todo o encaminhamento das aulas até aqui está direcionado para a resolução de equações do 2º grau por fatoração. A fórmula de Bhaskara será apresentada como uma das formas de resolução, e não como a principal, pois a maioria das equações que os estudantes devem resolver pode ser feita por processos mais simples, conhecendo a soma e o produto das raízes ou como equações incompletas.

O importante, ao final dessas aulas, é desenvolver no estudante a capacidade de tomada de decisão para o processo de resolução de uma equação do 2º grau.

Frente a uma dessas equações, espera-se que os estudantes se posicionem escolhendo pela forma mais simples e prática para a obtenção das raízes e não que, sem qualquer reflexão, apliquem a fórmula de Bhaskara para equações muito simples como  $x^2 - 1 = 0$  ou  $x^2 + 5x + 6 = 0$ .

## Aula 124 Plano de aula: Resolvendo equações quadráticas por fatoração

- Objetivos
- Relacionar fatoração com a resolução de equações quadráticas.
  - Engajar os estudantes para a realização dos **Estudos Orientados 30** em casa.

O objetivo do plano de aula “Resolvendo equações quadráticas por fatoração” é distinguir expressões algébricas de equações, intermediadas pela linguagem verbal. O importante é ter em mente o objetivo das aulas anteriores e desta. É importante que os estudantes compreendam que as propriedades das operações e a linguagem algébrica se aplicam na resolução das equações de 2º grau presentes na modelagem e resolução de muitos problemas que os estudantes encontrarão aqui no Ensino Fundamental e, principalmente, no Ensino Médio. O plano completo está disponível no *link*:

### Resolvendo equações quadráticas por fatoração

| Atividades                 | Objetivo principal   | Ação principal  | Tempo sugerido |
|----------------------------|--|---|----------------|
| Aquecimento                | Retomar o processo de fatoração de trinômios.  | Discutir o processo de fatoração.   | 8 min.         |
| Atividade                  | Compreender o processo de fatoração como uma alternativa na resolução de equações quadráticas.         | Analisar o processo de fatoração e concluir quais são as raízes da equação.             | 15 min.        |
| Painel de soluções         | Analisar cuidadosamente todos os passos na resolução da equação quadrática pelo processo de fatoração. | Discutir e refletir sobre os passos da resolução apresentada na atividade principal.    | 8 min.         |
| Sistematização do conceito | Generalizar a forma de resolução da equação quadrática por fatoração.                                  | Explicar que existem diferentes formas de fatoração e reforçar dois modos de resolução. | 8 min.         |
| Encerramento               | Reforçar as aprendizagens da aula.   | Analisar duas resoluções diferentes de fatoração na resolução de equações quadráticas.  | 3 min.         |
| Raio X                     | Verificar o que os alunos aprenderam na aula.  | Resolver uma situação-problema envolvendo o conceito de fatoração.                      | 6 min.         |

Fonte: Nova Escola (adaptado).



### *Fique de olho!*

Nesse momento, é essencial que os alunos saibam identificar o que são as raízes de uma equação, a forma fatorada de uma equação do 2º grau. Um caminho alternativo para solução de equações do 2º grau pode ser desenvolvido para auxiliar na discussão das raízes desta equação.

Aproveite para ampliar essa discussão, considere as sugestões propostas nos comentários dos *slides* e no Guia de intervenções proposto para o desenvolvimento desta aula.

Para finalizar, entregue para cada estudante uma cópia do caderno de **Estudos Orientados 30** (disponível no *link*: [https://biblioteca.institutoreuna.org.br/estudos\\_orientados\\_modulo4.pdf](https://biblioteca.institutoreuna.org.br/estudos_orientados_modulo4.pdf)) e convide-os a realizar as atividades em casa, orientando-os que, na aula seguinte, ocorrerá uma discussão em sala de aula.

### **O que os estudantes realizarão nos Estudos Orientados 30:**

- Desafio 1: Organizando a celebração
- Desafio 2: As viajantes (Resolução de problemas)
- Desafio 3: Equações incompletas (Cálculo mental)
- Desafio 4: A escada
- Desafio 5: Descobrimo os números
- Fechamento: A carta

### SEMANA 32 (aulas 125 a 128)

|   |  |
|---|--|
| <b>Unidade temática</b>   | Álgebra  |
| <b>Objeto de conhecimento</b>   | Equação do 2º grau: Bhaskara   |
| <b>Habilidade BNCC</b>  | EF09MA09 - Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.                                |
| <b>Expectativas de aprendizagem</b>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Relacionar a Fórmula de Bhaskara a outras formas de resolução de equações polinomiais de 2º grau.</li> <li>• Identificar situações que possam ser resolvidas por equações polinomiais de 2º grau (Saeb 9 D31).</li> </ul> |
| <b>O que acontece na semana:</b>  |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Discussão coletiva sobre os <b>Estudos Orientados 30</b>.</li> <li>• Realização do plano de aula: Dedução da fórmula resolutive da equação quadrática.</li> <li>• Realização do plano de aula: Resolução de problemas (equações quadráticas).</li> <li>• Celebração do final de ciclo e entrega do material <b>Estudos Orientados 31</b>.</li> </ul> |  |

## Ficha de acompanhamento do escopo e sequência

Semana 32

| AULA | REALIZADA EM | OBSERVAÇÕES SOBRE A AULA REALIZADA |
|------|--------------|------------------------------------|
| 125  |              |                                    |
| 126  |              |                                    |
| 127  |              |                                    |
| 128  |              |                                    |

## Aula 125 Discussão dos Estudos Orientados 30

Objetivo • Vivenciar, em sala de aula, a aprendizagem colaborativa pela discussão coletiva das atividades de Estudos Orientados e motivar os estudantes para a realização dos últimos Estudos Orientados antes de iniciar o Ensino Médio.

- a. Inicie a aula propondo aos estudantes que compartilhem suas ideias de celebração deste final de ciclo. O Desafio 1, “Organizando a celebração”, pediu que cada um elencasse ideias para esse momento, além de identificar talentos e competências que podem apoiar nessa organização.



### *Fique de olho!*

A ideia é realmente promover um momento de celebração, com base nas ideias da turma. Por isso, é importante que haja essa troca e a escolha de alguns jovens líderes que vão se responsabilizar pelo planejamento e envolvimento de todos. A aula 128 está reservada para esse momento de celebração.

Promova o levantamento das ideias e dos talentos dos estudantes para organizar a celebração e crie pequenos grupos de trabalho que reúnam os jovens por essas características, para que as ações da cerimônia sejam feitas pelos próprios estudantes.

Você pode convidar o coordenador pedagógico para apoiar os jovens líderes escolhidos nessa tarefa. O fundamental é garantir aos estudantes que tenham vez e voz para participar como protagonistas nessa celebração.

- b. No Desafio 2, “As viajantes”, a proposta é trazer um último problema mais lúdico para encerrar esse percurso de resolução de problemas não rotineiros. Com uma quantidade maior de personagens e dicas, o problema pode parecer mais difícil, por isso, na discussão coletiva, reforce a persistência como uma habilidade essencial para aprender ao longo da vida. Como em outros problemas desse tipo, incentive os estudantes a apresentarem diferentes formas de pensar e de registrar as soluções

encontradas, para ao final analisar com eles as vantagens de uma ou outra forma de resolução. Como mensagem para a turma, destaque os avanços deles em termos do raciocínio lógico dedutivo e do uso da linguagem lógica para expressar seu pensamento.

- c. O Desafio 3, “Equações incompletas”, tem dois objetivos. O primeiro é completar as aulas sobre equações do 2º grau, trazendo as equações incompletas uma vez que, em função do tempo das aulas, elas não puderam ser tratadas com a devida atenção. O segundo objetivo é verificar se os estudantes leem as informações trazidas no texto do desafio, ou seja, se são capazes de ler um texto explicativo de Matemática com autonomia e competência. Observe como eles resolveram o item F, quando encontram com raízes  $\sqrt{5}$  e  $-\sqrt{5}$  e 0 e  $\frac{1}{3}$ . Se houver tempo, analise com a turma alguns exemplos de equações sem solução como:  $x^2 + 1 = 0$  ou  $x^2 + 5 = 0$ .
- d. O Desafio 4, “A escada”, é o típico teste de avaliação externa, uma vez que ele busca avaliar mais de uma habilidade em um único item. De fato, a resolução dessa questão exige dos estudantes a aplicação do Teorema de Pitágoras para encontrar o comprimento da escada  $\sqrt{53}$  e que depois façam uma boa estimativa desse número irracional para escolher a alternativa correta (C).
- e. No Desafio 5, “Descobrimos os números”, os estudantes precisam retomar o que aprenderam sobre fatoração de equações do 2º grau para responder que qualquer número pode ser colocado na posição antes do primeiro parênteses e que os valores de  $x$  são 1 e -8.
- f. Para finalizar, identifique se os estudantes escreveram a carta ou fizeram o vídeo de encerramento de ciclo para você. Eles podem entregar diretamente a você ou apresentá-las no dia da celebração. Combine como preferem fazê-lo.



### *Fique de olho!*

Reforce que o material produzido pelos estudantes, a princípio, será visualizado apenas por você e pelas pessoas que o estudante desejar compartilhar. Se houver interesse do estudante em publicar no YouTube ou compartilhar no momento da celebração, faça os combinados com a gestão escolar e com a família.

Antes do final do ano, busque retomar os pontos principais que leu nas cartas ou ouviu nos vídeos, amarrando toda a jornada que tiveram e mostrando os caminhos para continuidade desse ritmo ao longo do Ensino Médio.

**Aula 126**

**Plano de aula: Dedução da fórmula resolutiva da equação quadrática**

Objetivo

• Deduzir a fórmula resolutiva da equação quadrática.

Nesta aula será trabalhado o plano de aula “Dedução da fórmula resolutiva da equação quadrática”, organizado conforme o quadro a seguir. A proposta desse plano é discutir sobre as diferentes estratégias de resolução de equações do 2º grau, desde o processo de fatoração até chegar à fórmula de Bhaskara. O plano completo está disponível no *link*:

**Dedução da fórmula resolutiva da equação quadrática**

| Atividades                 | Objetivo principal   | Ação principal   | Tempo sugerido |
|----------------------------|--|--|----------------|
| Aquecimento                | Retomar o método de completar quadrados no processo de fatoração.  | Resolver uma situação-problema que explore o processo de fatoração.  | 10 min.        |
| Atividade                  | Pensar no processo de dedução da fórmula resolutive da equação quadrática.   | Utilizar conhecimentos de fatoração para iniciar a dedução da fórmula.   | 15 min.        |
| Painel de soluções         | Discutir sobre as diferentes estratégias do processo de fatoração para chegar na fórmula resolutive da equação quadrática. | Analisar passo a passo três estratégias diferentes de fatoração e comparar com o desenvolvimento realizado pelos alunos. | 11 min.        |
| Sistematização do conceito | Apresentar a fórmula resolutive como um dos meios de determinar as raízes da equação quadrática.                           | Reforçar os meios que foram utilizados para determinar a fórmula resolutive e explicar sua estrutura.                    | 5 min.         |
| Encerramento               | Reforçar as aprendizagens da aula.   | Ler com os alunos a fala de dois personagens.  | 2 min.         |
| Raio X                     | Verificar o que os alunos aprenderam na aula.  | Analisar as possibilidades de solução através do discriminante.  | 5 min.         |

Fonte: Nova Escola (adaptado).



### *Fique de olho!*

Professor(a), é importante que o conceito de fatoração esteja consolidado neste momento para que os alunos sejam apresentados à fórmula resolutive da equação de 2º grau.

Novamente, destaque que a fórmula de Bhaskara é um procedimento geral para resolução de qualquer equação do 2º grau, mas que, na prática, com equações mais simples, a fatoração e a resolução de equações incompletas, como visto nos **Estudos Orientados 29**, são formas mais práticas e imediatas, sem a possibilidade de erros frequentes nos cálculos que compõem a fórmula de Bhaskara.

**Aula 127 Plano de aula: Resolução de problemas (equações quadráticas)**

Objetivo • Resolver situações-problema que podem ser solucionadas por uma equação quadrática.

O objetivo deste plano de aula “Resolução de problemas (equações quadráticas)” é aplicar o conceito de equação de segundo grau desenvolvido nas aulas anteriores como solução de situações-problema. O plano completo está disponível no *link*:

**Resolução de problemas (equações quadráticas)**

| Atividades             | Objetivo principal  | Ação principal  | Tempo sugerido |
|------------------------|---|---|----------------|
| Retomada               | Retomar o processo de resolução de uma equação quadrática.  | Analisar três formas diferentes de resolução de uma mesma equação quadrática.   | 10 min.        |
| Atividade principal    | Modelar a situação-problema com uma equação quadrática e resolvê-la.  | Identificar um padrão entre duas grandezas para representar e resolver o problema através de uma equação quadrática.                    | 15 min.        |
| Discussão das soluções | Discutir sobre a modelagem de uma situação-problema e as diferentes estratégias de resolução de uma equação quadrática. | Construir a expressão da situação-problema e analisar cuidadosamente todos os passos nas formas de resolução de uma equação quadrática. | 15 min.        |
| Encerramento           | Reforçar as aprendizagens da aula.  | Reforçar sobre a existência de equações quadráticas em diferentes tipos de problemas.   | 2 min.         |
| Raio X                 | Verificar e intensificar a forma como os alunos resolvem uma equação quadrática.  | Resolver e discutir uma situação-problema.  | 6 min.         |

Fonte: Nova Escola (adaptado).



### *Fique de olho!*

Como sugestão de avaliação das aulas sobre fatoração e resolução de equações do 2º grau, proponha uma lista relativamente extensa de equações, mesclando incompletas, aquelas que podem ser resolvidas por fatoração e as que exigem a aplicação da fórmula de Bhaskara, e solicite que os estudantes não as resolvam, mas escrevam para cada equação qual é o método que utilizariam para resolvê-la. Depois disso, promova uma discussão coletiva na qual os estudantes possam justificar suas escolhas e, eventualmente, mudar a estratégia em função dos argumentos dos colegas. Seu registro das falas dos jovens e dos argumentos contrários deve conter evidências importantes das aprendizagens e da necessidade ou não de alguma retomada.

#### **Aula 128**

#### **Finalização**

##### Objetivo

- Engajar os estudantes para a realização dos **Estudos Orientados 31** em casa.

Como finalização do ciclo, esta aula é dedicada ao encerramento e à celebração das conquistas. Importante que esse momento conte com o protagonismo dos estudantes, que colocarão em prática as ideias planejadas. Reserve um tempo para realizar uma fala de agradecimento e reconhecimento a cada estudante e à turma como um todo.

Para finalizar, entregue para cada estudante uma cópia do caderno de **Estudos Orientados 31** (disponível no *link*: [https://biblioteca.institutoeuna.org.br/estudos\\_orientados\\_modulo4.pdf](https://biblioteca.institutoeuna.org.br/estudos_orientados_modulo4.pdf)), que traz uma série de desafios matemáticos para praticar antes de chegar ao Ensino Médio!

### **O que os estudantes realizarão nos Estudos Orientados 31:**

Essa é uma lista com muitos problemas e questões que retomam todas as habilidades trabalhadas no percurso de todas as aulas. O objetivo é manter vivos os conhecimentos e as estratégias e formas de pensar desenvolvidas pelos estudantes, para que estejam mais bem preparados para os desafios que os esperam no Ensino Médio, em provas seletivas de concursos e - por que não? - na vida.

Ao final dos itens, encontra-se o gabarito completo. Oriente o uso desse recurso, como mais uma estratégia para aprender, da seguinte forma:

- sempre que obtiver a resposta coincidente com o gabarito, rever a resolução para se conscientizar da estratégia que utilizou e que pode transferir no futuro para situações semelhantes;
- no caso de erro, colocar em prática a persistência e a determinação que desenvolveu nas aulas para buscar o que passou despercebido, o que falta retomar, os cálculos e, se preciso, buscar aliados, em seu grupo de estudos, para vencer esse obstáculo.

## GABARITO

| ESTUDOS ORIENTADOS 24                        |   |
|--|---|
| <b>Desafio 2:</b><br>Qual é o gráfico?       | <b>Problema 1</b> - Alternativa (D)<br><b>Problema 2</b> -<br>A) Alternativa (A)<br>B) Alternativa (D)  |
| <b>Desafio 4:</b><br>Retas e sistemas        | Alternativa (B)   |
| <b>Desafio 5:</b><br>Raios e circunferências | A resposta deste desafio está disponível em:<br><a href="https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/Xc9W-GcAj6hSenx8bjg3BaGsHpEYGZGB4xvkGQqTQJCCdbSRX-ZCePyuZX3Hek/resol-ativcompl-mat7-23grm02.pdf">https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/Xc9W-GcAj6hSenx8bjg3BaGsHpEYGZGB4xvkGQqTQJCCdbSRX-ZCePyuZX3Hek/resol-ativcompl-mat7-23grm02.pdf</a> |

| ESTUDOS ORIENTADOS 25                           |   |
|---|---|
| <b>Desafio 1:</b><br>Problemas incompletos      | <b>Problema 1</b> - Uma praça será construída em formato <u>circular</u> com diâmetro medindo 12 metros. Para <u>preservação</u> da área verde da cidade, a prefeitura determinou que <u>60%</u> dessa praça deve ser composta por área <u>verde</u> . Utilizando $\pi = 3,1$ , podemos afirmar que a área verde da praça mede, em metros quadrados, <u>aproximadamente</u><br>Alternativa (E)<br><b>Problema 2</b> - Davi comprou um terreno <u>retangular</u> com dimensões de 27 metros de <u>comprimento</u> e 12 metros de <u>largura</u> . Sua irmã Viviane comprou um terreno com a mesma <u>área</u> , entretanto, com formato <u>quadrado</u> . A medida do <u>lado</u> do terreno da Viviane é<br>Alternativa (D) |
| <b>Desafio 3:</b><br>A fábrica de refrigerantes | Alternativa (B)   |

|   |  |
|---|--|
| <p><b>Desafio 4:</b><br/>Resolvendo mais problemas!</p> | <p>A resposta deste desafio está disponível em:<br/> <a href="https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/saq-QAGFmuXcHKkd55H2uHZ3RWpNGnaxtdvVMfQR9nJg-5sUMG6mBBttuUYR6D/resol-ativcomp-mat8-14alg04.pdf">https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/saq-QAGFmuXcHKkd55H2uHZ3RWpNGnaxtdvVMfQR9nJg-5sUMG6mBBttuUYR6D/resol-ativcomp-mat8-14alg04.pdf</a><br/><br/> <a href="https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/m4TXUBb5zBUzZNH7sxbkdkdUxA6xRqmuxpP7XrWHh-Trpf5kAT7m3VtDtqAd7/resol-ativcomp-mat8-14alg08.pdf">https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/m4TXUBb5zBUzZNH7sxbkdkdUxA6xRqmuxpP7XrWHh-Trpf5kAT7m3VtDtqAd7/resol-ativcomp-mat8-14alg08.pdf</a></p> |
|---|--|

| ESTUDOS ORIENTADOS 26                                 |  |
|---|--|
| <p><b>Desafio 2:</b><br/>Descarte de alternativas</p> | <p><b>Problema 1</b> - Alternativa (A)<br/> <b>Problema 2</b> - Alternativa (D)<br/> <b>Problema 3</b> - Alternativa (B)</p>   |
| <p><b>Desafio 4:</b><br/>A cafeteria</p>              | <p>Alternativa (B)</p>   |
| <p><b>Desafio 5:</b><br/>Calculando forminhas</p>     | <p>A resposta deste desafio está disponível em:<br/> <a href="https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/Frds-5CuVKnJg5ywfVvcgJNuh2FUar3r75tGRtNW3CtP7FE-ZAXrVmtHBe57nS/resol-ativcomp-mat8-20grm04.pdf">https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/Frds-5CuVKnJg5ywfVvcgJNuh2FUar3r75tGRtNW3CtP7FE-ZAXrVmtHBe57nS/resol-ativcomp-mat8-20grm04.pdf</a></p> |

| ESTUDOS ORIENTADOS 27                                 |                        |
|---|------------------------|
| <p><b>Desafio 1:</b><br/>Saber ler é essencial!</p>   | <p>Alternativa (B)</p> |
| <p><b>Desafio 3:</b><br/>Paralelas e transversais</p> | <p>Alternativa (C)</p> |

|  |  |
|--|--|
| <p><b>Desafio 4:</b><br/>Mais retas paralelas e transversais</p> | <p>A atividade foi adaptada de:</p> <p><a href="https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/fENMPXGp74q6bYgkdPTgx5cR8m8EzQgEZYPNWz4N-ZUqy2USS7dBnkRNpFPP5/ativcomp-mat9-10geo02.pdf">https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/fENMPXGp74q6bYgkdPTgx5cR8m8EzQgEZYPNWz4N-ZUqy2USS7dBnkRNpFPP5/ativcomp-mat9-10geo02.pdf</a></p> <p><a href="https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/FrS-tBkTYXJzkkjMVuK4jRpsBx9my6EEVxFP2GNCK7u8XTB-NZ42ERKwp2mjJf/resol-ativcomp-mat9-10geo02.pdf">https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/FrS-tBkTYXJzkkjMVuK4jRpsBx9my6EEVxFP2GNCK7u8XTB-NZ42ERKwp2mjJf/resol-ativcomp-mat9-10geo02.pdf</a></p> <p>Alternativa (A)</p> |
|--|--|

| ESTUDOS ORIENTADOS 28                             |  |
|---|--|
| <p><b>Desafio 2:</b><br/>Um problema exigente</p> | <p>Resposta: 29 sacos de sementes</p>  |
| <p><b>Desafio 4:</b><br/>Camisas bordadas</p>     | <p>Alternativa (D)</p>   |
| <p><b>Desafio 5:</b><br/>As tampas</p>            | <p>A resposta deste desafio está disponível em:</p> <p><a href="https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/ukx-Zep2S8445hRTyb8m2kg2ZwsdygfeFqTJ8QdrQpg8y8H-vkw6XGr422FEtw/resol-ativcomp-mat8-20grm05.pdf">https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/ukx-Zep2S8445hRTyb8m2kg2ZwsdygfeFqTJ8QdrQpg8y8H-vkw6XGr422FEtw/resol-ativcomp-mat8-20grm05.pdf</a></p> |

| ESTUDOS ORIENTADOS 29   |                                    |
|---|------------------------------------|
| <p><b>Desafio 2:</b><br/>Mais uma vez, “verdade ou mentira”</p> | <p>O presente está na caixa C.</p> |
| <p><b>Desafio 4:</b><br/>Aproximando</p>                        | <p>Alternativa (C)</p>             |

|  |   |
|--|---|
| <p><b>Desafio 5:</b><br/>Determinando a medida</p> | <p>A resposta deste desafio está disponível em:<br/><a href="https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/DGj3rzb9pKVAksRNNDPhGWhpmwUUNbPHZwFN4K-zWVRk8N8e94vjdsn7BcWtF/resol-ativcomp-mat-9-15geo06.pdf">https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/DGj3rzb9pKVAksRNNDPhGWhpmwUUNbPHZwFN4K-zWVRk8N8e94vjdsn7BcWtF/resol-ativcomp-mat-9-15geo06.pdf</a></p> |
|--|---|

**ESTUDOS ORIENTADOS 30**

| <p><b>Desafio 2:</b><br/>As viajantes</p>       | <table border="1"> <thead> <tr> <th>Amigas</th> <th>Local da viagem</th> <th>Lembrança trazida</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Luiza</td> <td>Bahia</td> <td>Vestido</td> </tr> <tr> <td>Márcia</td> <td>Rio Grande do Norte</td> <td>Bordados</td> </tr> <tr> <td>Carol</td> <td>Amazonas</td> <td>Bijuterias</td> </tr> <tr> <td>Beatriz</td> <td>Santa Catarina</td> <td>Quadro</td> </tr> </tbody> </table> | Amigas            | Local da viagem | Lembrança trazida | Luiza | Bahia | Vestido | Márcia | Rio Grande do Norte | Bordados | Carol | Amazonas | Bijuterias | Beatriz | Santa Catarina | Quadro |
|---|--|-------------------|-----------------|-------------------|-------|-------|---------|--------|---------------------|----------|-------|----------|------------|---------|----------------|--------|
| Amigas  | Local da viagem  | Lembrança trazida |                 |                   |       |       |         |        |                     |          |       |          |            |         |                |        |
| Luiza   | Bahia  | Vestido           |                 |                   |       |       |         |        |                     |          |       |          |            |         |                |        |
| Márcia  | Rio Grande do Norte  | Bordados          |                 |                   |       |       |         |        |                     |          |       |          |            |         |                |        |
| Carol   | Amazonas   | Bijuterias        |                 |                   |       |       |         |        |                     |          |       |          |            |         |                |        |
| Beatriz   | Santa Catarina   | Quadro            |                 |                   |       |       |         |        |                     |          |       |          |            |         |                |        |
| <p><b>Desafio 4:</b><br/>A escada</p>           | <p>Alternativa (C)</p>   |                   |                 |                   |       |       |         |        |                     |          |       |          |            |         |                |        |
| <p><b>Desafio 5:</b><br/>Descobrimo números</p> | <p>A resposta deste desafio está disponível em:<br/><a href="https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/zUnVKWTZZ7NnV23ZuXCKq6RbneJHWwFvkTc3f-FwHdRCEkhTw2eNdPf8vMN9m/resolv-ativcomp-mat9-06alg09.pdf">https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/zUnVKWTZZ7NnV23ZuXCKq6RbneJHWwFvkTc3f-FwHdRCEkhTw2eNdPf8vMN9m/resolv-ativcomp-mat9-06alg09.pdf</a></p>  |                   |                 |                   |       |       |         |        |                     |          |       |          |            |         |                |        |

